

## 水平多層地盤のせん断震動モード解

東電設計 正会員 ○松原勝己

## 1. はじめに

地中ボックスカルバートや共同溝など、地中構造物の耐震検討のためには、地盤変位の推定が重要課題となる。現状の耐震設計指針では、構造物周辺地盤が均質に近い場合には一層系均質地盤のせん断変形モードに基づいて推定されることが多い<sup>1)</sup>。しかしながら、中間軟弱層を含むような多層系地盤中に構造物が存在する場合には、一次元地盤応答解析によって水平地盤変位を推定するのが一般的である。本報告では、現状の耐震設計指針で示される一層系均質地盤の震動モードを拡張した解を提示するため、水平多層地盤に対するせん断震動モードの表示を求めた。

## 2. 固有方程式と固有モード

図-1に示す水平多層地盤における第  $i-1$  層と第  $i$  層の変位モードは式(1)で表される。

$$U_{i-1}(z_{i-1}) = A_{i-1} \cos \frac{\omega z_{i-1}}{V_{s_{i-1}}} + B_{i-1} \sin \frac{\omega z_{i-1}}{V_{s_{i-1}}} \quad (1a)$$

$$U_i(z_i) = A_i \cos \frac{\omega z_i}{V_{s_i}} + B_i \sin \frac{\omega z_i}{V_{s_i}} \quad (1b)$$

ここに、 $\omega$  : 円振動数、 $V_{s_i}$  : 第  $i$  層のせん断波速度である。また、 $i-1$  層下面と第  $i$  層上面の変位および応力の連続条件と、最下層上面での変位および最上層上面での応力の条件から、式(2)および(3)を得る。

ここに、 $G_i$  : 第  $i$  層のせん断弾性係数、 $H_i$  : 第  $i$  層の層厚である。

$$U_{i-1}(z_{i-1}=0) = U_i(z_i = H_i) \quad (2a) \quad U_n(z_n=0) = 0 \quad (3a)$$

$$\left[ G_{i-1} \frac{dU_{i-1}}{dz_{i-1}} \right]_{z_{i-1}=0} = \left[ G_i \frac{dU_i}{dz_i} \right]_{z_i=H_i} \quad (2b) \quad \left[ G_i \frac{dU_i}{dz_i} \right]_{z_i=H_i} = 0 \quad (3b)$$

式(1)および(2)より

$$\begin{Bmatrix} A_{i-1} \\ B_{i-1} \end{Bmatrix} = [L_i] \begin{Bmatrix} A_i \\ B_i \end{Bmatrix}, \quad [L_i] = \begin{bmatrix} \cos \frac{\omega H_i}{V_{s_i}} & \sin \frac{\omega H_i}{V_{s_i}} \\ -\alpha_i \sin \frac{\omega H_i}{V_{s_i}} & \alpha_i \cos \frac{\omega H_i}{V_{s_i}} \end{bmatrix}, \quad \alpha_i = \frac{\rho_i V_{s_i}}{\rho_{i-1} V_{s_{i-1}}} \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{Bmatrix} = [L_1][L_2] \dots [L_n] \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = [L] \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad [L] = [L_1][L_2] \dots [L_n], \quad \alpha_1 = 1 \quad (5)$$

式(3a)より  $A_n=0$  であり、また  $B_n=1$  とし式(4)で  $B_0$  を定義すれば、式(5)を得る。

式(3b)は、 $B_0=0$  と同一の式となるから、式(5)より、固有方程式が式(6)で表される。

$$L_{22} = 0 \quad (L_{22} : [L] \text{の}(2,2) \text{要素}) \quad (6)$$

$k$  次モードに対する第  $i$  層の固有モードは、式(7)で表される。

$$U_i^k(z_i) = A_i \cos \frac{\omega_k z_i}{V_{s_i}} + B_i \sin \frac{\omega_k z_i}{V_{s_i}} \quad (7a) \quad \begin{Bmatrix} A_i \\ B_i \end{Bmatrix} = [L_{i+1}][L_{i+2}] \dots [L_n] \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (7b)$$

ここに、 $\omega_k$  : 式(6)から求まる  $k$  次モードの固有円振動数である。

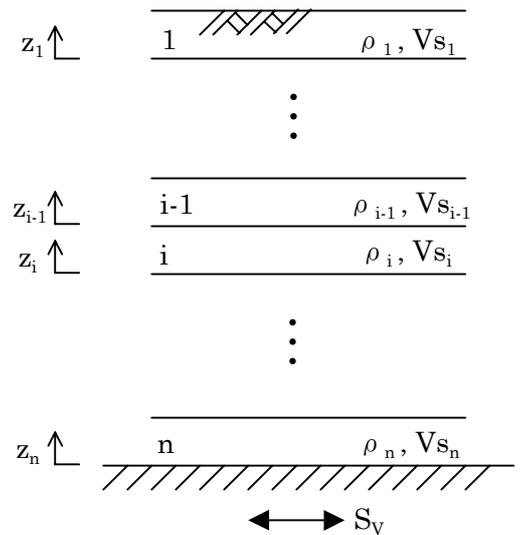


図-1 水平多層地盤

キーワード せん断震動, 多層地盤, 地中構造物, 地盤変位, モード解

連絡先 〒110-0015 東京都台東区東上野3丁目3番3号 東電設計(株) 技術開発本部 TEL03-4464-5669

### 3. 刺激係数とモード減衰定数

k 次モードの刺激係数  $\mu_k$  は,  $\rho_i$  を第 i 層の密度として, 式(8)で表される.

$$\mu_k = \frac{\sum_{i=1}^n \int_0^{H_i} \rho_i \{U_i^k(z_i)\} dz_i}{\sum_{i=1}^n \int_0^{H_i} \rho_i \{U_i^k(z_i)\}^2 dz_i} \quad (8)$$

式(8)に式(7a)の変位モードを代入すれば, 刺激係数の表示として, 式(9)が得られる.

$$\mu_k = \frac{Q}{P} \quad (9a)$$

$$Q = \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i V_{S_i}}{\omega_k} \left\{ A_i \sin \frac{\omega_k H_i}{V_{S_i}} + B_i \left( 1 - \cos \frac{\omega_k H_i}{V_{S_i}} \right) \right\} \quad (9b)$$

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i}{2} \left[ H_i (A_i^2 + B_i^2) + \frac{V_{S_i}}{\omega_k} \sin \frac{\omega_k H_i}{V_{S_i}} \left\{ (A_i^2 - B_i^2) \cos \frac{\omega_k H_i}{V_{S_i}} + 2A_i B_i \sin \frac{\omega_k H_i}{V_{S_i}} \right\} \right] \quad (9c)$$

モード減衰定数に関しては, 各層の内部減衰を各次モードのひずみエネルギーの大きさに応じて振り分けを行うひずみエネルギー比例型減衰<sup>2)</sup>を考慮すれば, k 次モード減衰定数  $\beta_k$  が式(10)で表される.

$$\beta_k = \frac{\sum_{i=1}^n h_i E_i}{\sum_{i=1}^n E_i} \quad (10a) \quad E_i = \int_0^{H_i} \frac{1}{2} G_i \gamma_i^2 dz_i \quad (10b)$$

ここに,  $h_i$ : 第 i 層の内部減衰定数,  $E_i$ : 第 i 層の単位水平幅, 単位奥行き当たりのひずみエネルギー,  $\gamma_i$ : 第 i 層のせん断ひずみ ( $=dU_i^k/dz_i$ ) である. 式(10)に式(7a)の変位モードを代入すれば, モード減衰定数の表示として, 式(11)が得られる.

$$\beta_k = \frac{S}{R} \quad (11a)$$

$$S = \sum_{i=1}^n h_i \rho_i \left[ H_i (A_i^2 + B_i^2) + \frac{V_{S_i}}{\omega_k} \sin \frac{\omega_k H_i}{V_{S_i}} \left\{ (B_i^2 - A_i^2) \cos \frac{\omega_k H_i}{V_{S_i}} - 2A_i B_i \sin \frac{\omega_k H_i}{V_{S_i}} \right\} \right] \quad (11b)$$

$$R = \sum_{i=1}^n \rho_i \left[ H_i (A_i^2 + B_i^2) + \frac{V_{S_i}}{\omega_k} \sin \frac{\omega_k H_i}{V_{S_i}} \left\{ (B_i^2 - A_i^2) \cos \frac{\omega_k H_i}{V_{S_i}} - 2A_i B_i \sin \frac{\omega_k H_i}{V_{S_i}} \right\} \right] \quad (11c)$$

### 4. 変位応答の表示と計算例

k 次モードに対する第 i 層の変位の時刻歴最大値は, 式(12)で表すことができる.

$$\text{Max}_t \{u_i^k(z_i, t)\} = \frac{\mu_k}{2\pi} T_k S_v(T_k, \beta_k) U_i^k(z_i) \quad (12)$$

ここに,  $T_k$ : k 次モードの地盤の固有周期 ( $=2\pi/\omega_k$ ),  $S_v(T_k, \beta_k)$ : 固有周期  $T_k$ , 減衰定数  $\beta_k$  に対する基盤地震動の速度応答スペクトル,  $\mu_k$ : 式(9)で表される刺激係数,  $U_i^k(z_i)$ : 式(7)で表される変位モードである. 以上の解析式を用い, 中間軟弱層を含む 3 層地盤の変位モードを算定した結果を図-2 に示す. 図-2 には,  $\mu_k U_i^k(z_i)$  で表示した. 解析条件は層厚 5m ずつの 3 層で, せん断波速度および減衰定数を 200, 100, 250m/s および 0.05, 0.10, 0.05 とした. また, 単位体積重量は全て 2.2tf/m<sup>3</sup> とした. 固有周期およびモード減衰定数は, 1 次から 3 次まで 0.410, 0.119, 0.075sec および 0.089, 0.075, 0.072 となった.

**参考文献** 1)松原勝己・浦野和彦(1996): 線状地中構造物の耐震設計

に用いる地中変位の算定法について, 土木学会第 51 回年次学術講演会 I-B414 2)大崎順彦(1980): 振動

理論, 彰国社 3)土木学会(1998): 開削トンネルの耐震設計, トンネルライブラリーNo.9

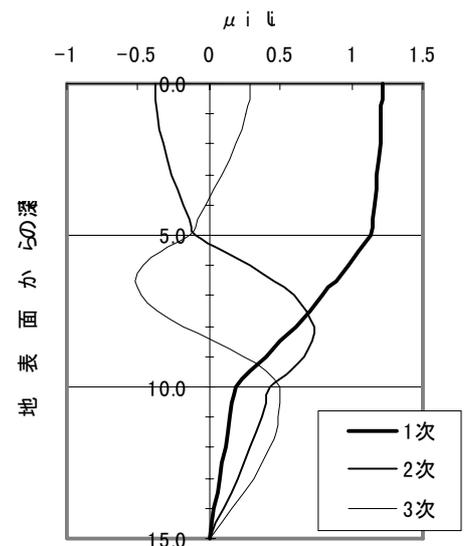


図-2 変位モードの計算例