

ウェーブレット変換を用いた非線形復元力特性の同定

香川大学工学部 フェロー ○野田 茂
香川大学大学院 濱田 隆志

1. はじめに

構造物は地震などの外力を受けると複雑な非線形復元力特性を示す。構造物のヘルスマニタリングを行うに当たっては、その動特性や挙動を把握することが極めて重要となる。そこで、本研究ではウェーブレット変換¹⁾を用いて非線形構造システムの動特性を同定するアルゴリズムを提案する。

2. 同定アルゴリズムの定式化

n 自由度非線形構造系の質点 i における運動方程式と多面型万能復元力モデルを用いると、状態方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \frac{d}{dt}\begin{Bmatrix} \vdots \\ x_i \\ \dot{x}_i \\ z_i \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vdots \\ \dot{x}_i \\ -\frac{1}{m_i}(c_i\dot{u}_i + z_i) + \frac{1}{m_i}(1 - \delta_{in})(c_{i+1}\dot{u}_{i+1} + z_{i+1}) - \ddot{x}_g \\ k_i\dot{u}_i - \alpha_i|\dot{u}_i||z_i|^{n_i-1}z_i - \beta_i\dot{u}_i|z_i|^{n_i} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 m_i , c_i , k_i ($i = 1 \sim n$) はそれぞれ質点 i の質量、粘性減衰係数、初期剛性、 $\ddot{x}_g$ は入力地震加速度、 x_i は地面に対する質点の相対変位、 z_i は復元力を意味する。 u_i は質点 i と質点 $(i-1)$ の層間変位であり、 $u_i = x_i - x_{i-1}$ ($x_0 = 0$) で表される。 δ_{in} はクロネッカーデルタ記号、 α_i , β_i , n_i は履歴復元力モデルの形状を支配するパラメータである。

観測方程式は一般的に次式で表される。

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{v} \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{y}$ は観測量ベクトル、 $\mathbf{x}$ は式(1)で示されるシステムの状態量ベクトル、 $\boldsymbol{\theta}$ は構造動特性を規定するパラメータベクトル ($\cdots c_i k_i \alpha_i \beta_i \cdots$)^T, $\mathbf{v}$ は観測ノイズベクトル、 $\mathbf{H}$ は観測行列、 $\mathbf{f}$ は状態量と観測量を結びつけるベクトルである。本研究では同定すべきパラメータとして $\boldsymbol{\theta}$ を考えている。

観測量ベクトルのウェーブレット変換 $\mathbf{y}_{j,k}$ 、状態量ベクトルのウェーブレット変換 $\mathbf{x}_{j,k}$ に対して、次式で与えられる評価関数を定義する。 j はスケールパラメータ、 k は時間シフトパラメータである。

$$F(\boldsymbol{\theta}) = \sum_j \sum_k \{\mathbf{y}_{j,k} - \mathbf{H}\mathbf{f}(\mathbf{x}_{j,k}, \boldsymbol{\theta})\}^T \{\mathbf{y}_{j,k} - \mathbf{H}\mathbf{f}(\mathbf{x}_{j,k}, \boldsymbol{\theta})\} \quad (3)$$

この評価関数の最小化問題を考える。ここでは、評価関数の最小化に当たり、改訂準ニュートン法を用いる。反復計算過程におけるパラメータ変化ベクトルのノルムがある収束判定値以下になれば、評価関数を最小にする最適パラメータが求められる。

本研究では、基本ウェーブレット関数として、次式で与えられるメキシカンハットを用いた。ウェーブレット変換に当たっては FFT を利用した。

$$\psi(t) = (1 - t^2) \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \quad (4)$$

3. 数値解析による検証

(1) 1 自由度非線形構造系の動特性同定

まず、1 自由度非線形構造モデルを対象に数値シミュレーションを行い、本手法の有効性を検討した。

応答計算のため、入力地震動としては 2001 年芸予地震の地震観測記録 (図-1) を用いた。時間刻みは 0.02sec, 継続時間は 60sec,

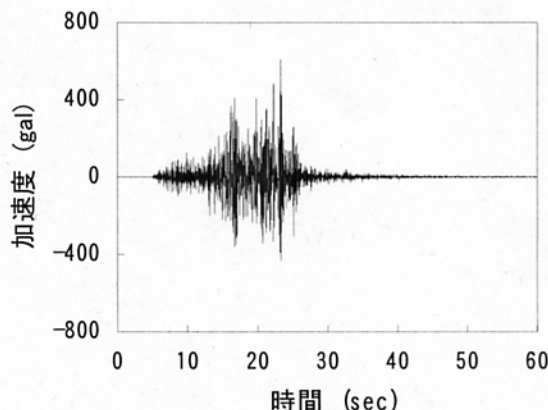


図-1 入力地震加速度

キーワード：ウェーブレット変換，万能型復元力特性，多自由度系，構造同定

連絡先：〒761-0396 香川県高松市林町 2217-20 Tel 087-864-2153, Fax 087-864-2153

最大加速度は 652gal である。入力地震動とパラメータの真値として質量 $m=0.125(\text{kgf} \cdot \text{sec}^2/\text{cm})$, 粘性減衰係数 $c=0.07(\text{kgf} \cdot \text{sec}/\text{cm})$, 初期剛性 $k=24.5(\text{kgf}/\text{cm})$, 非線形パラメータ $\alpha=0.2$, $\beta=0.1$, $n=2$ を与え, ルング・クッタ・ギル法を用いて地震応答を計算した。

変位応答および速度応答が観測されるとき, 評価関数を最小化することで, 最適パラメータを同定することができる。そこで, 応答計算により得られた変位応答と速度応答にホワイトノイズを付加することにより, 観測データを作成した。

パラメータの初期値を設定し, 同定計算を行った。与えた未知パラメータの初期値は $c=0.05(\text{kgf} \cdot \text{sec}/\text{cm})$, $k=20.0(\text{kgf}/\text{cm})$, $\alpha=0.1$, $\beta=0.4$ である。ウェーブレットの計算に当たり, スケールパラメータ j は1~10とした。

パラメータの真値と同定結果を用いて計算される履歴曲線を示すと, 図-2のようになる。図-3には, 改訂準ニュートン法の反復計算過程における繰り返し回数とパラメータ k , α の収束状況の関係を示す。

収束過程を見ると, パラメータ k は早い段階で真値に収束していることがわかる。粘性減衰係数 c , 非線形系パラメータ β の真値と同定値の比は0.90, 0.87で, 同定精度は低いものの, 履歴曲線の再現性は高い。パラメータ同定精度の影響を受けることなく, 真の挙動に極めて近い結果が得られている。このことは提案手法の有効性を示すものである。

(2) 3自由度非線形構造系の動特性同定

次に, (1)と同様の方法で3自由度非線形構造モデルを対象に同定計算を行った。

設定パラメータは, 質量 $m_1 = m_2 = m_3 = 0.125(\text{kgf} \cdot \text{sec}^2/\text{cm})$, 粘性減衰係数 $c_1 = 0.07$, $c_2 = 0.06$, $c_3 = 0.05(\text{kgf} \cdot \text{sec}/\text{cm})$, 初期剛性 $k_1 = 24.5$, $k_2 = 19.7$, $k_3 = 13.7(\text{kgf}/\text{cm})$, 非線形パラメータ $\alpha=0.2$, $\beta=0.2$, $n=1$ である。

同定計算を行った結果, 線形系パラメータである初期剛性, 粘性減衰係数は非常に高い精度で同定された。非線形系パラメータについては質点1, 3における β の同定値と真値の比が1.29, 1.23となっており, 同定精度はよくない。しかし, 全体的に見ると, 履歴曲線は真の挙動を再現できていた。このことは, 1自由度系と同様に, 多自由度系においても提案手法の適用可能性を示唆するものである。

4. おわりに

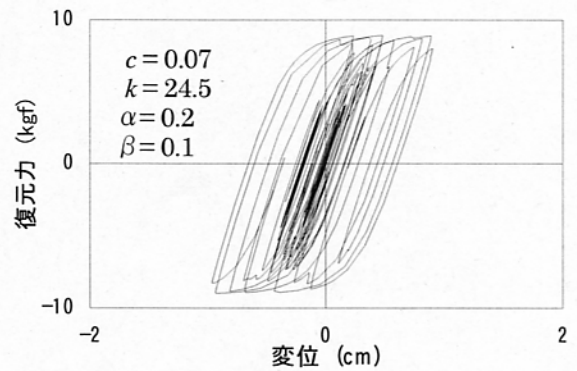
本研究では, 多面型万能復元力モデルよりなる非線形構造系の動特性を調べるため, ウェーブレット変換を適用した同定アルゴリズムを提案した。1自由度ならびに3自由度構造系の数値シミュレーションを行った結果は次のようである。

- 1) 粘性減衰や初期剛性を表すパラメータ, 特に初期剛性についてはかなり高い精度で同定が行われた。
- 2) 復元力の履歴を表すパラメータについては同定精度が若干低下する。
- 3) 最適同定パラメータを用いて非線形応答を求めた結果, 真の挙動をほぼ再現できることがわかった。非線形パラメータの同定精度の低下が応答波形や履歴復元力特性に及ぼす影響は顕著でなかった。

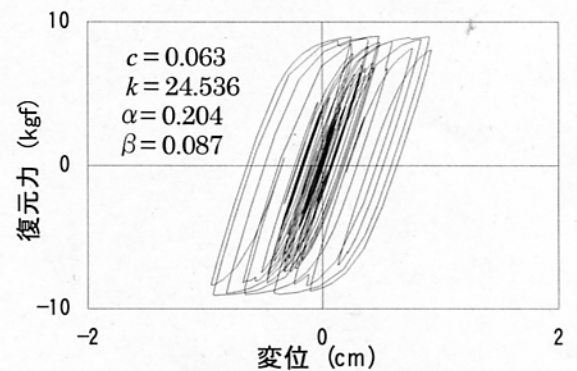
本提案手法は非定常解析に有効なウェーブレット変換を用いているので, 従来法に比べて, 同定アルゴリズムが単純であるというメリットを有する。同定結果の検討から, 本手法の有効性が理解できたと言える。

参考文献

- 1) 榊原 進: ウェーブレットビギナーズガイド, 東京電機大学出版局, 1995年5月。



(a) 真の履歴曲線



(b) 最適パラメータによる履歴曲線

図-2 履歴曲線の再現性

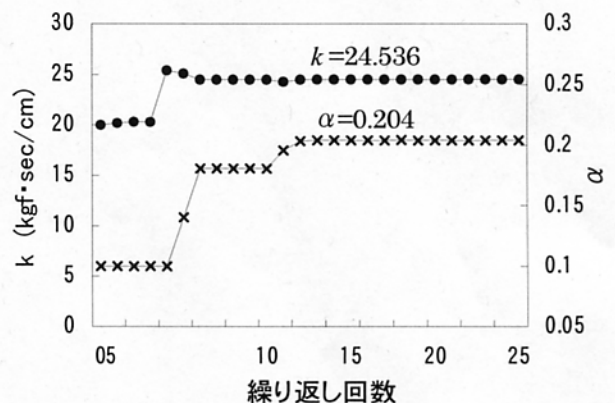


図-3 繰り返し回数に対するパラメータの収束過程