

不規則振動論を用いた橋梁の応答推定法

オイレス工業 正会員 横川 英彰
 東京大学 正会員 阿部 雅人
 山梨大学 正会員 吉田 純司

1. はじめに

時刻歴応答解析の適用は、耐震設計の初期段階において、時間、コスト共に大きくなり不経済である。特に、概略設計中の部のあたり計算など、一部の部材の軽微な変更に対して行う時刻歴応答解析でも相当な時間を要することがある。これらの問題から各種の簡易解析手法が提案されてきた。既往の研究では、宇佐美ら¹⁾や川島ら²⁾の研究や、旧建設省土木研究所の方法³⁾、矢部ら⁴⁾の方法が挙げられる。いずれの方法も単橋脚を対象としており、適用される橋梁に限られることが知られている。本研究では、等価線形化法ならびに不規則振動論を応用し、多径間連続橋などの2自由度系を超える構造の非線形応答の評価が可能な解析手法の構築・検証することを目的とする。

2. 不規則振動論による応答予測手法

不規則振動論は、周波数分布が一様である白色雑音を入力と仮定し応答を予測する理論である。地震などの予想が難しい外力に対する応答を予測するには有効な方法であると考えられる。ここでは、応答を予測するまでの計算過程を示す。

以下に示す線形多自由度系の運動方程式を考える。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{1} \cdot \ddot{a} \quad (1)$$

ただし $\mathbf{M}$ は質量行列、 $\mathbf{C}$ は減衰行列、 $\mathbf{K}$ は剛性行列で、 $\ddot{\mathbf{x}}$ は加速度ベクトル、 $\dot{\mathbf{x}}$ は速度ベクトル、 $\mathbf{x}$ は変位ベクトルである。また、式(1)の右辺にある $\mathbf{1}$ は1を要素に持つ列ベクトル、 $\ddot{a}$ は入力加速度である。

$\dot{\mathbf{x}}$ 、 $\mathbf{x}$ を以下のようにまとめたものを

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

とすると、式(1)は次のような状態変数形式に書き換えることができる。

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\ddot{a} \quad (3)$$

式(3)で記述される構造に密度 Q の白色雑音を入力した場合考える、応答 $\mathbf{X}$ の共分散行列 $\mathbf{P}$ は以下のリアプノフ方程式により求めることができる。

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}\mathbf{P} = \mathbf{B}^T Q \mathbf{B} \quad (4)$$

ただし共分散行列 $\mathbf{P}$ は、2乗平均応答を $\bar{\mathbf{X}}$ として

$$\mathbf{P} = \bar{\mathbf{X}}^T \cdot \bar{\mathbf{X}} \quad (5)$$

である。共分散行列 $\mathbf{P}$ は2乗平均応答を含む行列である。ここで求められる応答は振幅の比であるので、部材 i の実応答 γ_i は、以下の式により変換される。

$$\gamma_i = \sqrt{\frac{\bar{x}_i}{R_D^{(1)}}} \cdot S_D(T_i) \quad (6)$$

ここで、 $\bar{x}_i$ は部材 i の変位の2乗平均応答で、共分散行列 $\mathbf{P}$ から求められる。 T_i は部材 i ごとの周期で、 $T_i = 2\pi / |\dot{\bar{x}}_i / \bar{x}_i|$ で求められる。また、 $\dot{\bar{x}}_i$ は部材 i の速度の2乗平均応答で共分散行列 $\mathbf{P}$ から求められる。 $S_D(T_i)$ は変位応答スペクトルで調和応答を仮定すると、加速度応答スペクトル $S_A(T_i)$ ⁵⁾から

$$S_D(T_i) = S_A(T_i) / (2\pi / T_i)^2 \quad (7)$$

で求められる。 $R_D^{(1)}$ は基準となる1自由度系の変位の2乗平均応答で、式(8)により求められる。

$$R_D^{(1)} = \frac{Q}{4\pi h \left(\frac{2\pi}{T_i} \right)^3} \quad (8)$$

ここで、 Q は式(4)で導入した値である。応答スペクトルの減衰定数から $h = 0.05$ とした。シンプレックス法を用いて、図-1に示すような手順で応答計算を行った。収束評価は各部材の等価剛性、等価減衰係数で行った。

キーワード：不規則振動論 2乗平均応答 リアプノフ方程式 応答スペクトル 等価線形化
 連絡先 東京都港区芝大門 1-3-2 オイレス工業株式会社 免制震カンパニー 支那設計部

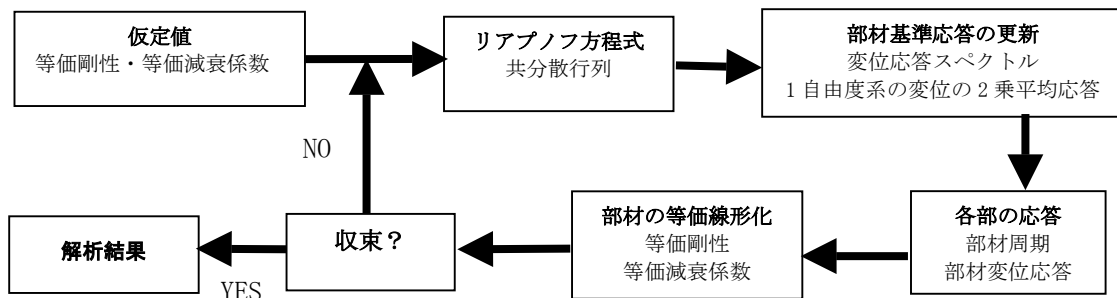


図-1 応答計算の手順

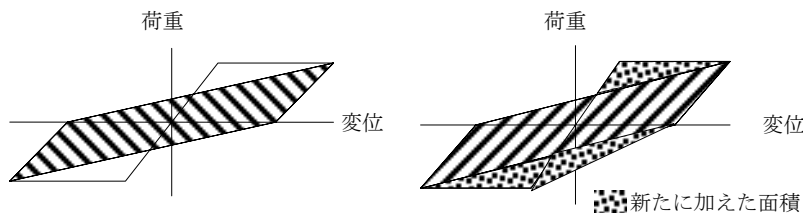


図-2 最大点指向型バイリニアモデルの等価線形化の改善

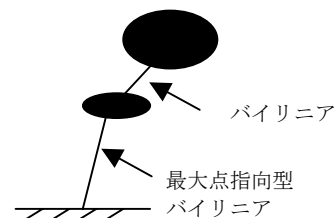


図-3 解析モデル

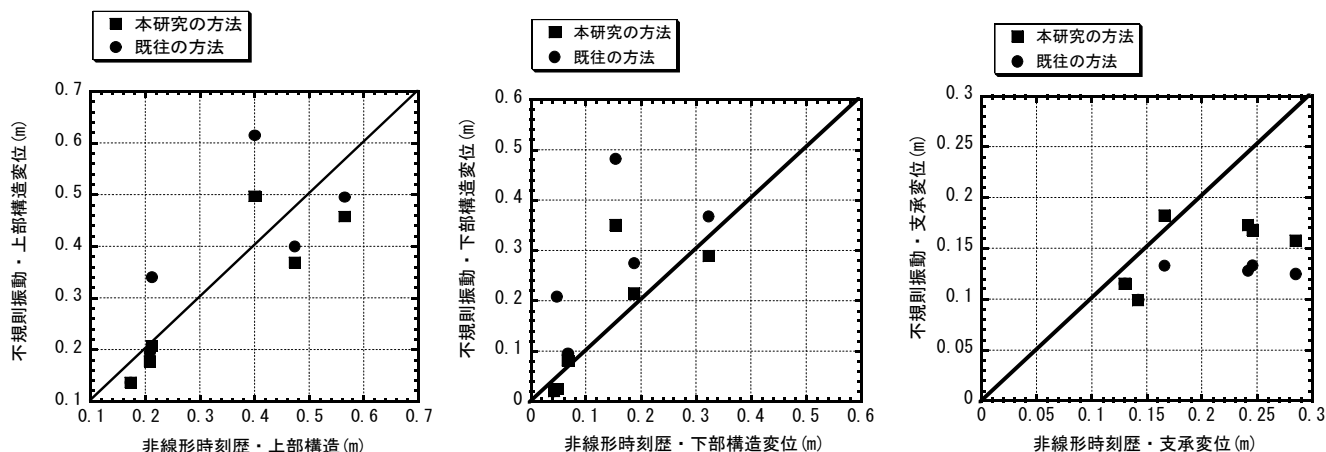


図-4 本手法の履歴面積による応答と、既往の履歴面積の応答との比較

3. 等価線形化手法

本手法では、非線型復元力を有する系では等価線形化を行う必要がある。本研究では新たに、図-2 に示すような最大変位時の履歴面積から等価減衰係数・等価剛性を算出した。既往の方法⁶⁾の履歴面積は繰り返し载荷を考慮したものであるのに対し、本研究の方法は最大点を通過する場合の履歴に近似させており、時刻歴応答解析の履歴面積に則したものであると考えられる。

4. 解析モデル・解析結果

本手法の精度を検討するために、本手法の履歴面積、既往の方法の履歴面積を用いた場合と、非線型時刻歴応答解析との比較を行った。解析モデルは図-3 に示すような2質点系モデルとし、各地盤ごとのL2地震動を入力とした非線形時刻歴応答解析と、本研究の方法、既往の方法との比較を図-4 に示す。これらより、ここで提案した等価線形化手法を用いた場合、既往の方法と比較して応答推定精度が向上していることがわかる。

5. まとめ

ここでは、多自由度系に応用可能な不規則振動論を用いた応答推定の手法を提案した。また、最大点指向型バイリニアモデルの等価線形化について改良を行った。

本手法による履歴面積を用いることにより、既往の方法の履歴面積を用いた場合と比較して精度が向上することが分かった。

参考文献

- 1) 宇佐美 勉, 鄭 沂, 葛 漢彬: Pushover 解析と等価 1 自由度モデルによる鋼製ラーメン橋脚の耐震照査法, 土木学会論文集 No. 626/I-48, pp. 231-240, 1999. 7.
- 2) 川島一彦, 庄司 学, 斎藤 淳: ハイブリッド実験による免震橋の非線形地震応答特性に関する検討, 土木学会論文集 No. 689/I-57, pp. 65-84, 2001. 10.
- 3) 建設省土木研究所: ゴム支承を用いた地震時水平力分散構造を有する道路橋の非線形地震応答の簡易予測法, 1999. 3.
- 4) 熊木幸, 矢部正明: 1 自由度系の非線形応答と等価線形化法の問題点, 第 3 回地震時保有水平耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp. 87-94, 1999. 12.
- 5) 社団法人 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 1996 年 12 月, 6)
- 6) 柴田明徳: 最新耐震構造解析, 森北出版, 1981. 6