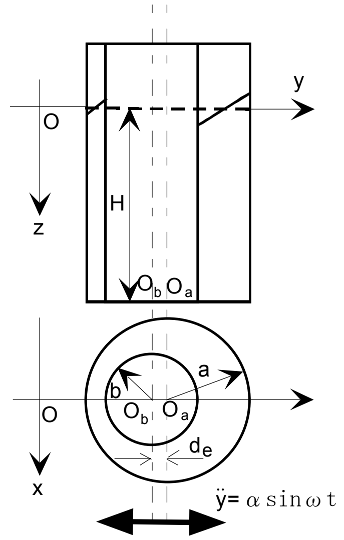
偏心二重円筒タンク内容液の水平振動解析

正会員 ○高 西 照 彦

九州産業大学工学部　正会員　水 田 洋 司

新日本製鐵　正会員　川 口 周 作



図－１　偏心二重槽円筒タンク

１．まえがき　　既設の水道用円筒形配水タンクに対して耐震補強と容量の増加を目的として，その外側周りにさらに円筒形タンクを築造し，全体として二重円筒タンク（図-１)を構成して使用に供する場合がある．このとき二重円筒タンクの内槽と外槽の中心が一致せず偏心がある場合に，それが地震による水平振動を受けたとき,その内容液の動的挙動を明らかにすることは,この種のタンクの耐震性を考える上に必要なことである．本論は，偏心二重円筒タンクが定常水平振動を受けたときの内容液の動的挙動を，双極座標変換と差分法を用いて理論解析を行い，その計算結果を振動台による振動実験によって得られた結果と比較することによって，理論解析法の有用性を示したものである．

２．解析理論　　二重円筒タンクの内槽と外槽とに囲まれた内容液の運動を支配する方程式は，周知のラプラスの方程式で表される．いま，図-２に示すように，直角座標で表したラプラスの方程式において，z 座標はそのままにして，$x\,y$ 座標に変換　$\alpha + i\beta = \log\left[\{x+i(y+c)\}/\{x+i(y-c)\}\right]$　(1)

を施せば，それは双極座標 $\alpha\,\beta$ を用いて次式のように表される．

$$h^2\left(\partial^2\varphi/\partial\alpha^2 + \partial^2\varphi/\partial\beta^2\right) + \partial^2\varphi/\partial z^2 = 0 \qquad (2)$$

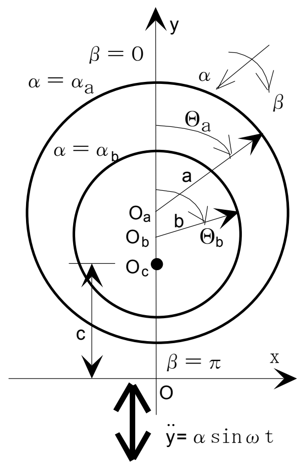
ここに，i は虚数単位，$1/h$ は写像拡大率で　$h = (\cosh\alpha - \cos\beta)/c$　(3)

上式で c は図-２に示す様に y 軸上の定点 O_c までの距離である．境界条件は

(ｉ) $\partial\varphi/\partial z = 0,\quad (z=-H)$　(4)

(ⅱ) $h(\partial\varphi/\partial\alpha) = -\dot{y}(t)\cos\Theta,\quad (\alpha=\alpha_{a,b},\ \Theta=\Theta_{a,b})$　(5)

(ⅲ) g を重力の加速度として　$\partial^2\varphi/\partial t^2 + g(\partial\varphi/\partial z) = 0,\quad (z=0)$　(6)



図－２　双極座標

いま，式(2)の解を次式のように置けば，

$$\varphi = (\sinh\alpha/h - c)\dot{y}(t) + \sum_{m=1}^{\infty} D_m\phi_m(\alpha,\beta)\cosh\xi_m(z+H)T_m(t) \qquad (7)$$

ϕ_m は　$h^2\left(\partial^2\phi_m/\partial\alpha\ \ + \partial^2\phi_m/\partial\beta^2\right) + \xi_m^2\phi_m = 0$　(8)

を満たすように定め，また，定数 D_m を式(6)の条件を考慮して

$\sum_{m=1}^{\infty} D_m\phi_m(\alpha,\beta) = g\,(\sinh\alpha/h - c)/2$　(9)　が成立する様に定めれば，T_m は減衰項を考慮して

$\ddot{T}_m + 2h_m\omega_m\dot{T}_m + \omega_m^2 T_m = -\{2/(g\cosh\xi_m H)\}\ddot{y}(t)$　(10)　を満足する様に定めればよいことになる．

上式で，ξ_m はm次の固有値を表し，ω_m は内容液のm次の固有円振動数で，ξ_m を用いて

$\omega_m^2 = g\xi_m\tanh\xi_m H$　(11)　によって与えられる．ϕ_m と ξ_m については式(8) を用いて，次式に示す境界条件の下にこれを定めればよい．　$\partial\phi_m/\partial\alpha = 0,\quad (\alpha=\alpha_{a,b})$　(12)

さて，式(8)と(12)を満たす ϕ_m の解析解を求めることは簡単ではないので，本論ではそれに差分法を用いて

キーワード：偏心二重円筒タンク、動的応答、振動解析

連絡先：〒805-0035　北九州市八幡東区山路２丁目４－８，℡.093-652-0994

求めることにした．ϕ_mとξ_mが得られれば，内容液の波高ηと動水圧応答σは次式によって与えられる．

$$\eta = -(\partial\varphi/\partial t)/g, \quad (z=0) \qquad (13) \qquad\qquad \sigma = -\rho(\partial\varphi/\partial t) \qquad (14)$$

３．実験結果及び理論値との対比　実験[1]に用いた二重円筒タンクは厚さ 1 cm のアクリル製で，内槽の外径が 0.3 m，外槽の内径が 0.39 m，高さが 0.8 mである．内容液としては水を用い，水深は 0.5 mとした．偏心距離を 0.02 m 及び 0.04 mにとり，二重円筒タンクを振動台上に固定して偏心方向に加速度振幅 2 gal で調和加振を行い，加振振動数間隔 0.02 Hz 毎に振動方向のタンク壁面上の動水圧を計測して，その共振曲線を求めた．計測位置は水面下 0.1，0.3，0.5 mの 3 箇所である．また，内容液を着色し，自由表面の動きをビデオテープに記録した．この記録から壁面波高を読み取った．加振振動数の範囲は 0.5～1.1Hz である．この振動数範囲においてはアクリル製タンクは剛だと考えてよい．さらに，共振点に於いて減衰自由振動実験を行って，内容液の固有振動数と減衰定数を求めた．得られた固有振動数は偏心距離が 0.02 m の場合 0.80 Hz，0.04 m の場合 0.83 Hz であり，減衰定数はいずれの場合も 0.006～0.009 であった．一方，理論解析によって得られた固有振動数は前者が 0.8091 Hz，後者が 0.82741 Hz であり，両者はそれぞれよく一致している．数値計算に際して差分法で採用した分割数はα方向に 7 等分，β方向に 19 等分である．図－3に偏心率（偏心距離／両円筒の半径の差）と固有振動数比 (基準は同心円筒) の関係を示した．偏心率の増加に従って固有振動数は増加することが判る．○印は実験値である．実験値と理論値とはよく一致しているといえる．次に，水面下 0.3 mにおける動水圧強度の共振曲線を図－4に示す．○印が実験値である．同図からピーク値に付いて実験値の方が理論値より僅かに大きくなっているが，両者はよく一致しているといえる．さらに，図－5は外槽の内壁面における波高の共振曲線を示したものである．○印はビデオカメラの画像から．読み取った波高である．波高に付いては理論値の方が多少大きくなっているが，実験値はスケールを用いて，目視によって画像から波高を読み取っていることを考慮すれば，両者の結果は比較的よく一致しているといえる．

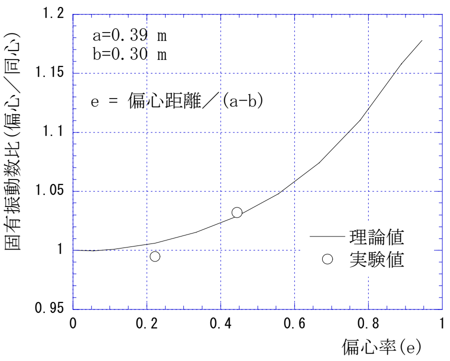


図-３　偏心率と固有振動数比

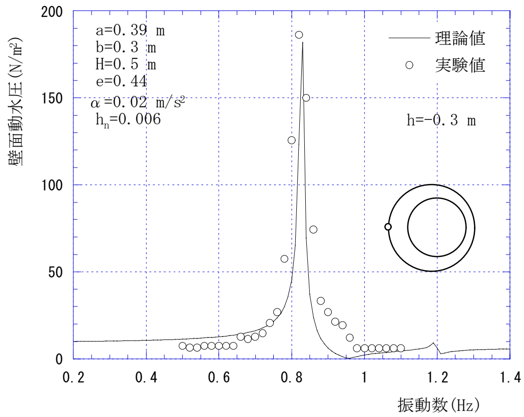


図-４　外槽タンクの壁面動水圧強度応答

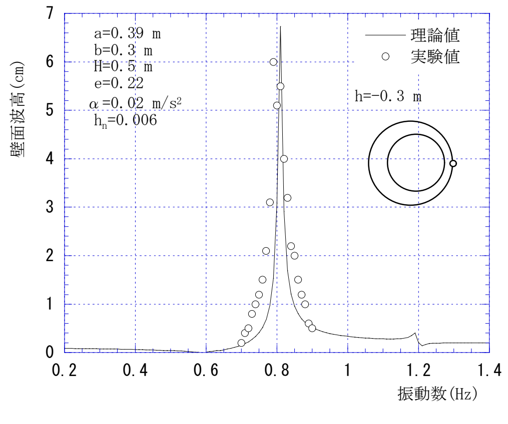


図-５　外槽壁面の波高応答

上記のことから，本論の解析法によって得られた結果は固有振動数，壁面波高，壁面動水圧強度について，いずれも実験結果とよく一致しているといってもよい．このことから，本論の解析法の有用性が示されたといってもよいであろう．なお，本論で示した解析法に従えば，深さ方向(z 方向)を分離することによって，平面状態(２次元)の差分方程式を解くだけで，偏心のある二重円筒タンク内容液の３次元的な動的挙動を明らかにすることができるので，計算に要する時間が少なくて済むことになる．

１）矢野智雄　他：偏心二重槽タンクの振動実験，土木学会西部支部研究発表会．2002. 3