

## 伝達マトリックス法による鋼 2 主げた橋のせん断遅れ解析

東京理科大学 学生会員 内田 智文  
東京理科大学 正 会 員 臼木 恒雄

## 1. はじめに

広幅員の鋼床版橋および 2 主げた橋などではせん断遅れ現象により、橋軸方向の垂直応力は線形形状を保持できない。本研究ではこのせん断遅れ現象を、拡張はり理論に修正伝達マトリックス法<sup>1)</sup>を組み合わせる方法で解析を行った。この方法は連立 1 階常微分方程式による状態方程式表示を構成し、その係数マトリックスから格間伝達マトリックスを作成するというものである。本報告では格間伝達マトリックスの要素をせん断遅れ 1 段階まで、およびせん断遅れ 2 段階までの 2 種類に対し、閉じた関数解で与えた。どの段階の伝達マトリックス法を用いても、マトリックスの収束計算が無い<sup>2)</sup>ため、計算機の負担なく、瞬時の演算時間で解を得られる。この計算は、従来の伝達マトリックス法の教科書<sup>2)</sup>程度の簡単なものである。また種々の中間格点条件にも対応でき、桁落ち誤差に基づく径間長の制約もない。したがって、有効幅などの構造近似の概念を持ち出すことなく、信頼できる断面力および応力値を得ることが可能になる。

## 2. せん断遅れを 2 段階まで考慮したはりの格間伝達マトリックス

始端の状態量を右肩の添え字(0)で表現するならば、始端の状態量とはり位置  $x=x$  の状態量の間の伝達関係を

$$\begin{bmatrix} \omega(x) \\ \theta_{y0}(x) \\ \theta_{y1}(x) \\ \theta_{y2}(x) \\ \overline{M}_{y2}(x) \\ \overline{M}_{y1}(x) \\ \overline{M}_{y0}(x) \\ \overline{Q}_{y0}(x) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t_{12} & t_{13} & t_{14} & t_{15} & t_{16} & t_{17} & t_{18} & t_{19} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_{27} & t_{28} & t_{29} \\ 0 & 0 & t_{33} & t_{34} & t_{35} & t_{36} & 0 & t_{38} & t_{39} \\ 0 & 0 & t_{43} & t_{44} & t_{45} & t_{46} & 0 & t_{48} & t_{49} \\ 0 & 0 & t_{53} & t_{54} & t_{55} & t_{56} & 0 & t_{58} & t_{59} \\ 0 & 0 & t_{63} & t_{64} & t_{65} & t_{66} & 0 & t_{68} & t_{69} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & t_{78} & t_{79} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & t_{89} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{(0)} \\ \theta_{y0}^{(0)} \\ \theta_{y1}^{(0)} \\ \theta_{y2}^{(0)} \\ \overline{M}_{y2}^{(0)} \\ \overline{M}_{y1}^{(0)} \\ \overline{M}_{y0}^{(0)} \\ \overline{Q}_{y0}^{(0)} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} t_{12} &= t_{78} = x \\ t_{13} &= t_{68} = \frac{1}{2} Sq \left( c\beta t\alpha \frac{\sinh \alpha x}{\alpha} - c\alpha t\beta \frac{\sinh \beta x}{\beta} \right) \\ t_{33} &= t_{66} = -Sq(c\beta \cosh \alpha x - c\alpha \cosh \beta x) \\ t_{43} &= t_{65} = -Sq(\cosh \alpha x - \cosh \beta x) \\ t_{53} &= t_{64} = \frac{I}{I_c} Sq(\alpha \sinh \alpha x - \beta \sinh \beta x) \\ t_{63} &= \frac{I}{I_c} Sq(c\beta \alpha \sinh \alpha x - c\alpha \beta \sinh \beta x) \end{aligned}$$

(以下省略)

と表現できる。

## 3. 数値計算例

せん断遅れの影響が顕著な PC 床版の変断面 2 主げた橋(図-1)を解析する。修正伝達マトリックス法の威力を示す目的で構造系は橋長 680m の 10 径間連続けた(図-2)とし、作用する荷重系を 図-3 に与える。分布荷重は B 活荷重(図-4)である。解析より得られた状態量からたわみ、反りモーメント、せん断力の軸方向分布を 図-5 に示す。太い実線で示したせん断遅れ 0 段階の反りモーメント  $M_0$  は普通材料力学のモーメントと同一である。1 点鎖線で示したせん断遅れ 1 段階の反りモーメント  $M_1$  は支点近傍で負、支間中央で正となり、0 段階の反りモーメントの約 18% 程度の大きさとなる。細い実線で示したせん断遅れ 2 段階の反りモーメント  $M_2$  は支点近傍のみ存在し、0 段階の反りモーメントの約 6% 程度の大きさとなる。従ってせん断遅れを 2 段階まで考慮する必要があり、かつこれ以上の段階を考慮しても、垂直応力分布にはほとんど差がないとわかる。重ね合わせの式から第 2 段階まで考慮した垂直応力  $\sigma_{xx}$  の分布を得る。最大値をとる支承 4 位置の鋼換算断面における応力分布を 図-6 に与える。実線が 2 段階まで考慮した場合、1 点鎖線が 1 段階まで考慮した場合、そして細い実線が工学曲げ理論に相当する 0 段階のみの場合である。全長 680m にわたるコンクリート床版の垂直応力分布を 図-7 に与える。

## 4. まとめ

数値計算例として橋長 680m の 10 径間連続変断面鋼 2 主げた橋を解いた。せん断遅れの段階を 1 つあげると、正規化された反りモーメントは 1/5 ほどの値になる良好な収束性を確認できた。このため構造設計の観点からは、せん断遅れを 2 段階まで考慮すれば十分である。なお、曲げせん断遅れ 2 段階考慮はフランジの 4 次放物線近似、ウェブの 5 次放物線近似に相当する<sup>3)</sup>。

## 【参考文献】

- 1) 臼木恒雄, 中村秀治: 伝達マトリックス法における中間格点条件の効率的処理, 土木学会論文集, No374/I-6, pp.409-417, 1986
- 2) 成田昌夫, 遠田良樹: 伝達マトリックス法, コンピュータによる構造工学講座 I-2-B, 培風館, 1970
- 3) 臼木恒雄, 澤田利明: 断面変形を考慮した箱桁の高次遅れ解析, 土木学会論文集, No598/I-44, pp.137-148, 1998

