

波形鋼板ウェブを有する斜張橋の実用解析法

○日本鋼管(株) 正会員 加藤久人

大阪大学大学院 フェロー 西村宣男

1. はじめに

施工性、経済性に優れたPC箱桁橋の発展型として波形鋼板ウェブPC箱桁橋の建設が盛んになってきた。より長径間の橋梁として、この形式のエクストラドーズド橋への採用が始まっており、将来には斜張橋への進展も予想される¹⁾。波形ウェブは支間方向の剛性が小さく、せん断変形の影響を考慮する必要がある、その挙動が複雑である。このような性状を解明するため、著者らが提案した拡張はり理論式²⁾をさらに展開し、マトリックス変位法によって連続桁、斜張橋の構造解析を行う手法を紹介する。

2. 拡張はり理論式の誘導

図-1のようにコンクリート床版には軸力 N_1, N_2 、せん断力 Q_1, Q_2 、モーメント M_1, M_2 、ウェブはせん断力 Q_w のみを分担するものとする。

$$M_g = (M_1 + M_2) - N_1 \eta_1 + N_2 \eta_2 = M_f + M_n \quad (2.1)$$

$$Q_g = Q_1 + Q_2 + Q_w = Q_n + Q_w \quad (2.2)$$

図-2のように考慮する変位は鉛直変位 v 、ウェブの回転角 θ 、上下床版のそれぞれの図心を結ぶ直線の回転角 ϕ で、これらと上記断面力とは以下の関係がある。

$$N_1 = EA_1 \eta_1 \phi', \quad M_1 = -EI_1 v'', \quad Q_1 = -EI_1 v''' \quad (2.3)$$

$$N_2 = -EA_2 \eta_2 \phi', \quad M_2 = -EI_2 v'', \quad Q_2 = -EI_2 v''' \quad (2.4)$$

v' 、 θ とウェブのせん断ひずみ γ の間に以下の関係がある。

$$\gamma = v' - \theta \quad (2.5)$$

ウェブのせん断力はせん断剛性を GA_w として

$$Q_w = GA_w \gamma \quad (2.6)$$

断面全体の断面力と外力のつりあいを考慮すると

$$M_g'' = -q \quad (2.7)$$

断面全体の曲げモーメント M_g をたわみ v の関数で表す。

$$M_g = -EI_g v'' + EI_n \frac{h}{h_d} \frac{EI_f}{GA_w} v^{IV} + EI_n \frac{h}{h_d} \frac{1}{GA_w} Q_g' \quad (2.8)$$

断面全体のせん断力 $Q_g = M_g'$ の関係から

$$v^{VI} - \frac{I_g}{I_n} \frac{h_d}{h} \frac{GA_w}{EI_f} EI_g v^{IV} = -\frac{1}{EI_n} \frac{h_d}{h} \frac{GA_w}{EI_f} q + \frac{1}{EI_f} q'' \quad (2.9)$$

$\alpha^2 = \frac{I_g}{I_n} \frac{h_d}{h} \frac{GA_w}{EI_f}$ とおくとこの微分方の解は下記となる。

$$v = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^3 + C_5 \cosh(\alpha x) + C_6 \sinh(\alpha x) + C_0 x^4 \quad (2.10)$$

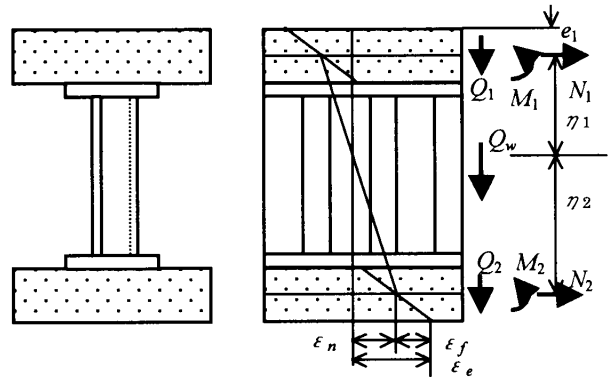


図-1 内力とひずみ分

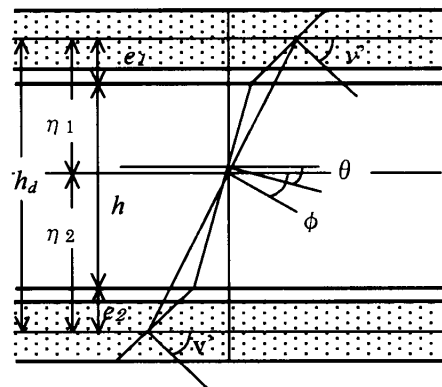


図-2 変位場

はり中間部に荷重が無い場合、要素の変形形状はこれら式中の C_0 を $C_0=0$ としたものとなる。

またこの場合、 $Q_g' = Q_g' = 0$ となり、以下の関係を得る。

$$M_g = C_3(-2EI_g) + C_4(-6EI_g x) \quad (2.11)$$

$$\text{さらに } Q_g = M_g' \text{ の関係より } Q_g = C_4(-6EI_g) \quad (2.12)$$

式(2.1)~(2.4)の関係より以下を得る。

$$M_f = C_3(-2EI_f) + C_4(-6EI_f x) + C_5(-EI_f \alpha^2 \cosh(\alpha x)) + C_6(-EI_f \alpha^2 \sinh(\alpha x)) \quad (2.13)$$

$$M_n = C_3(-2EI_n) + C_4(-6EI_n x) + C_5(-EI_n \eta \alpha \cosh(\alpha x)) + C_6(-EI_n \eta \alpha \sinh(\alpha x)) \quad (2.14)$$

$$\text{ここに, } \beta = \frac{I_g}{I_f \alpha^2} \quad \eta = -\alpha \frac{I_f}{I_n}$$

3. CWB マトリックス変位法

初等はり理論によるマトリックス変位法では変位 u, v と回転角 ϕ を未知数として連立方程式を解法するが³⁾、拡張はり理論ではこれらの変位に加え、変位 v の一回微分 v' を考慮する必要がある。

キーワード：波形鋼板ウェブ、マトリックス変位法、斜張橋

〒532-0006 大阪市淀川区西三国 1-8-41 TEL 06-6350-5471 FAX 06-6350-5475

以下、拡張はり理論による要素をCWP要素と呼ぶ。

節点の変位と係数 $C_1 \sim C_6$ の関係をマトリックス表示する。

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{C} \quad (3.1)$$

$$\text{ここに, } \mathbf{x} = \{v_i; v'_i; \phi_i; v_j; v'_j; \phi_j\} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{C}^T = \{C_1; C_2; C_3; C_4; C_5; C_6\} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 0 & 6\beta & 0 & \eta \\ 1 & L & L^2 & L^3 & C_h & S_h \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 & \alpha S_h & \alpha C_h \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 + 6\beta & \eta S_h & \eta C_h \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

ただし, $C_h = \cosh(\alpha L)$, $S_h = \sinh(\alpha L)$

次に、材端力と係数 $C_1 \sim C_6$ の関係をマトリックス表示する。

$$\mathbf{f} = \mathbf{B}\mathbf{C} \quad (3.5)$$

$$\text{ここに, } \mathbf{f} = \{P_{y,i}; M_{f,i}; M_{n,i}; P_{y,j}; M_{f,j}; M_{n,j}\} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 6EI_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2EI_f & 0 & -EI_f\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & -2EI_n & 0 & -EI_n\eta\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6EI_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2EI_f & 6EI_fL & EI_f\alpha^2C_h & EI_f\alpha^2S_h \\ 0 & 0 & 2EI_n & 6EI_nL & EI_n\eta\alpha C_h & EI_n\eta\alpha S_h \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

式(3.1)より積分定数ベクトル $\mathbf{C}$ は $\mathbf{C} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{x}$

これを式(3.5)に代入すると、剛性マトリックス $\mathbf{K}$ は以下の様に表される。

$$\mathbf{f} = \mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{x} = \mathbf{K}\mathbf{x} \quad (3.8)$$

4. 斜張橋の例題

図-3に示す側面形状で支間84mの斜張橋を想定し、解析を試みる。波形鋼板ウェブを斜張橋に採用する場合、ケーブルの定着点はコンクリート上床版の高さで床版の最外側とすることが考えられる。この点の桁内には鋼製のダイヤフラムが設置されるが、波形ウェブはこの点においても桁方向に対して連続した形状となる。

波形ウェブの高さは3m、各ケーブルは左側よりそれぞれ1@PWS217, 1@PWS217, 2@PWS169を設定し、全死荷重の90%程度をプレストレスとして導入するものとする。全長を一般要素としたモデルを「一般要素」ケース、全長をCWB要素としたものを「CWB」ケースとして比較を行う。図-4に曲げ応力比を示す。(CWBの曲げ応力は $\sigma = \pm M_f/I_f \cdot e_1 + M_n/I_n \cdot \eta_1$ より算出し、第1項の+は上フランジ上面、-は下面の応力となる。) 定着点におけるフランジの応力には激しい変動が見られ、フランジの下面では圧縮応力の大きな増加が、また上面では符号が逆転し、引張応力となる。すなわち波形鋼板ウェブを有する斜張橋を一般要素で解析した場合、例えば上フランジ側は桁

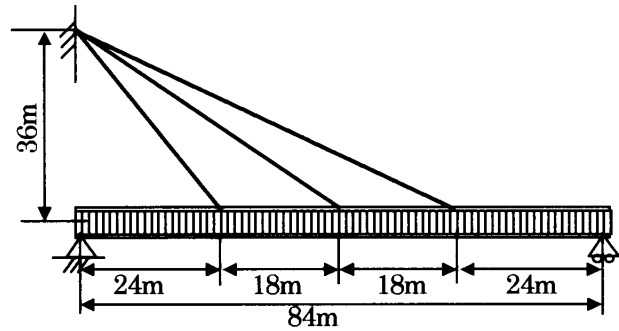


図-3 斜張橋

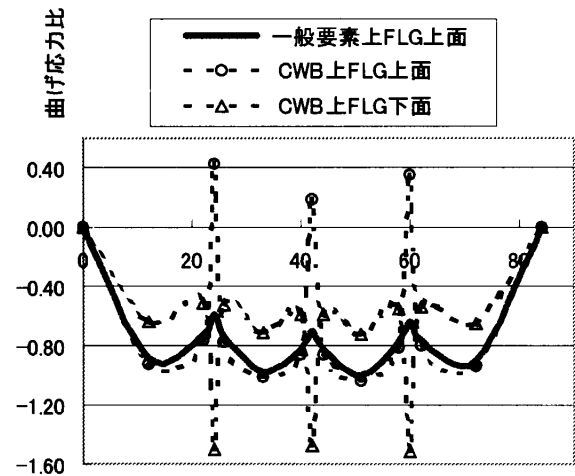


図-4 斜張橋解析結果

全長に渡って圧縮応力が生じるという解析結果となるが、これは実際の応力性状とは大きく異なり、定着点近傍での特徴的な応力分布を捉えるためにはCWB要素を用いた解析が必要となり、橋軸方向の床版プレストレスの導入等に対する設計において、この点が十分考慮される必要がある。

5. まとめ

- 1) 拡張はり理論を展開させ、節点での v' と ϕ の連続性を確保するCWBマトリックス変位法によって、波形鋼板ウェブを有する要素に対する面内骨組み解析が可能となる。
- 2) 波形鋼板ウェブを有する斜張橋をCWBマトリックス変位法を用いて解析した結果、ケーブル定着点近傍の、フランジ単独のモーメントに顕著な増大と、激しい直応力値の変動が見られ、設計上十分留意する必要がある。

参考文献

- 1) プレストレストコンクリート技術協会：プレストレストコンクリートの新たな発展—21世紀—, 第30回PC技術講習会, 2002. 2
- 2) 加藤久人, 川畑篤敬, 西村宜男：波形鋼板ウェブを有する鋼・コンクリート複合構造橋梁の変位と断面力の実用計算法, 土木学会論文集, 2002. 4