氷海円柱構造物の自由振動特性に関する研究

（株）構研エンジニアリング　正 会 員　○京田　英宏
北海道大学大学院工学研究科　フェロー　三上　隆
北海道大学大学院工学研究科　正 会 員　蟹江　俊仁

１．研究目的

現在，様々な海洋石油・天然ガスの開発プロジェクトが計画・実施されており，今後益々，氷海域のような極限海域へと進出していくことが予想される．海洋石油の掘削貯蔵施設には着底型構造物が用いられている．一般に，海洋構造物に生じる地震荷重は構造物の自重に起因する慣性力および地震時動水圧からなり，構造物の大型化に伴い支配外力が波力から地震荷重に移る．特に，着底型構造物では没水部分が大きいため地震荷重に占める動水圧の割合も高く，さらに，氷海域では通常よりも高い動水圧が生じる可能性も指摘されている．したがって，氷海域における海洋構造物の設計には，海氷が振動特性におよぼす影響を評価することが必要と考えられる．しかしながら，これまで氷海構造物の振動問題は剛体モデルでの解析が一般的であった[1]．

そこで本研究では，弾性円柱構造物を Bernoulli-Euler はりでモデル化し，無次元化を施した上で Galerkin 法を用いて定式化を行い，海氷が構造物の振動特性に与える影響を評価した．

２．基礎方程式および境界条件

Fig.1 に示すように，海底面にx軸，鉛直上向きにz軸，x軸から反時計回りにθ，構造物中心からの距離をrとする円筒座標系(r,θ,z)を定義する．水深hが一定の海域に設置された半径a，高さLの弾性円柱構造物が，$u(z,t)=U(z)\cdot e^{i\omega t}$の水平調和振動を行うものとする．流体を非粘性，非回転性とし速度ポテンシャル$\Phi=\phi(r,\theta,z)\cdot e^{i\omega t}$を導入する．また，非圧縮性流体と仮定すれば支配方程式は式(1)のラプラス方程式となる．境界条件は，式(2)の自由水面の境界条件，式(3)の海氷下面の不透過条件および式(4)の海底面の不透過条件，式(5)の無限遠方放射条件，式(6)の構造物表面における構造物と流体との連続条件を考える．支配方程式(1)と境界条件式(3)～(6)を満足する氷海中における一般解は式(7)となる．ここで，$\dot{K}_1(k_n r)=\partial K_1(k_n r)/\partial(k_n r)$，$k_n h=(n-1/2)\pi$である．なお，水中の場合には$k_n h=n\pi$，$\lfloor\ \rfloor$内はゼロとなる．次に，弾性円柱構造物を Bernoulli-Euler はりと仮定すれば，構造物と流体の連成系の運動方程式は式(8)で表される．

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}=0 \tag{1}$$

$$\Phi=0\quad ;z=h \tag{2}$$

$$\partial\Phi/\partial z=0\quad ;z=h \tag{3}$$

$$\partial\Phi/\partial z=0\quad ;z=0 \tag{4}$$

$$\lim_{r\to\infty}\Phi=0 \tag{5}$$

$$\partial\Phi/\partial r=\partial u(z,t)/\partial t\cdot\cos\theta\quad ;r=a \tag{6}$$

$$\Phi=i\omega\left[\frac{2}{h}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{K_1(k_n r)}{k_n\dot{K}_1(k_n a)}\cos k_n z\int_0^h U(z)\cos k_n z dz\right\}-\left\lfloor\frac{1}{h}\frac{a^2}{r}\int_0^h U(z)dz\right\rfloor\right]\cos\theta\cdot e^{i\omega t} \tag{7}$$

$$EI\frac{\partial^4 u(z,t)}{\partial z^4}+\rho A\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}=\int_0^{2\pi}\rho_0\frac{\partial\Phi}{\partial t}a\cos\theta d\theta \tag{8}$$

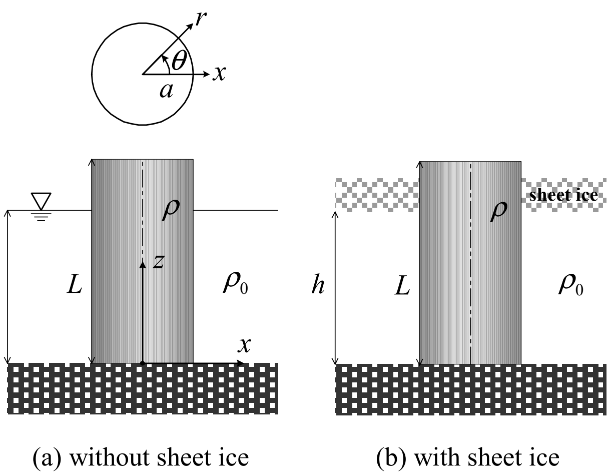

Fig.1　モデル図

３．Galerkin 法による定式化

式(8)を$\zeta=z/h$，$\xi(\zeta)=U(z)/h$として無次元化し整理すれば式(9)となる．ここで，$\gamma=\rho_0/\rho$，$\eta=a/h$，$\kappa_n=k_n h$，$d=2a$，$\Omega^2=\omega^2\rho d^2/E\eta^4$である．次に，式(9)に Galerkin 法を適用すれば式(10)が得られる．ここで，

キーワード　氷海域，地震時動水圧，付加質量，Galerkin 法
連絡先　〒060-8628　北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目　北海道大学大学院工学研究科　ＴＥＬ011-706-6174

$\mathbf{u}$：相対変位，$\mathbf{N}$：形状関数，ζ'：要素座標，ζ_i：要素座標の原点，m：要素数，$\mathbf{K}$：剛性マトリクス，$\mathbf{M}$：質量マトリクス，$\mathbf{M}_a$：式(11)に示す付加質量マトリクスである．なお，水中の場合には$\lfloor\ \rfloor$内はゼロとなる．

$$\frac{d^4\xi(\zeta)}{d\zeta^4}=\Omega^2\left[\xi(\zeta)-2\gamma\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{K_1(\kappa_n\eta)}{\kappa_n\eta\dot{K}_1(\kappa_n\eta)}\cos\kappa_n\zeta\int_0^1\xi(\zeta)\cos\kappa_n\zeta d\zeta\right\}+\left\lfloor\gamma\int_0^1\xi(\zeta)d\zeta\right\rfloor\right] \tag{9}$$

$$\mathbf{K}\cdot\mathbf{u}=\Omega^2(\mathbf{M}+\mathbf{M}_a)\cdot\mathbf{u} \tag{10}$$

$$\mathbf{M}_a=-2\gamma\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{K_1(\kappa_n\eta)}{\kappa_n\eta\dot{K}_1(\kappa_n\eta)}\int_0^{1/m}\mathbf{N}^T\cos\kappa_n(\zeta_i+\zeta')d\zeta'\cdot\sum_{i=1}^{m}\int_0^{1/m}\mathbf{N}\cos\kappa_n(\zeta_i+\zeta')d\zeta'\right\}+\left\lfloor\gamma\int_0^{1/m}\mathbf{N}^T d\zeta'\cdot\sum_{i=1}^{m}\left(\int_0^{1/m}\mathbf{N}d\zeta'\right)\right\rfloor \tag{11}$$

４．数値解析

構造物をコンクリートの中実体に設定し，水と構造物の質量比$\gamma=0.4$とする．また，実際には氷盤の拘束は自由端と固定支承の中間の状態であるが，簡便性を考慮し自由端，ピン支承，固定支承の 3 ケースについて解析を行っている．以下に，$\eta=a/h$をパラメータとして，海氷の有無が振動特性に与える影響を調べる．

４．１付加質量係数

本研究では，式(12)のように Dunkerley の公式を適用し，付加質量係数αを無次元固有円振動数Ωを用いて$\alpha=\Omega_0^2/\Omega_a^2$と定義する．ここで，$\omega_1$は連成系の基本固有円振動数，$\omega_i$は$i$番目の慣性要素ならびに復元要素からなる孤立系の固有円振動数である．また，Ω_0ははり，Ω_aは付加質量ならびに復元要素からなる孤立系の無次元固有円振動数である．Fig.2 に付加質量係数αとηの関係を示す．この図より氷海中では水中よりもαが増加し，特に，$\eta>0.3$のマッシブな形状の場合には倍以上の値を示していることがわかる．

$$\frac{1}{\Omega_1^2}=\frac{1}{\Omega_0^2}+\frac{1}{\Omega_a^2}=\frac{1}{\Omega_0^2}(1+\alpha) \tag{12}$$

４．２動水圧分布

氷盤と構造物の境界条件を自由端，ピン支承，固定支承とした場合の動水圧分布を Fig.3 に示す．図より，氷海中では氷盤の拘束の度合が強いほど動水圧のピークは構造物下方へ移るとともに，構造物下方の動水圧が高まっている．また，氷盤の拘束が強いほど氷盤下面付近の動水圧はピーク値に対して弱まっている．

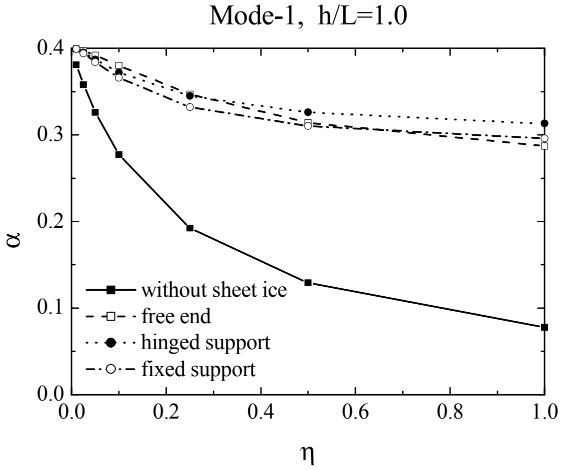

Fig.2　$\alpha-\eta$関係

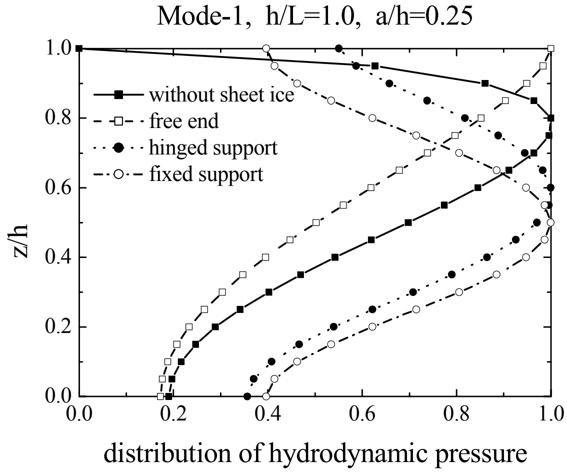

Fig.3　動水圧分布

５．結論

本研究により，Galerkin 法を用いて弾性円柱構造物の付加質量マトリクスを定式化し，氷海中および水中における連成系の自由振動解析を比較的容易に行えるようになった．その振動特性は，海面における氷盤の境界条件の影響を強く受けており，氷海中では水中に比べて付加質量が増加し，マッシブな構造物ほどその傾向が顕著になる．また，氷盤の拘束の度合によって動水圧分布は大きく変化するため注意が必要である．

参考文献

1)清川哲志，黒川明，川口靖博：氷海構造物の地震時動水圧解析，第 14 回海洋工学シンポジウム論文集，pp.187-194，1998.