ＰＣ床版鋼連続合成２主桁橋（大津呂川橋）の振動モード同定について

日本道路公団　安川　義行　正会員　稲葉　尚文
名古屋工業大学　正会員　岩本　政巳

１．はじめに

２主桁構造の振動特性として，多主桁及び箱桁形式の橋梁と比較して主桁相互の結合剛性が小さいと考えられ，各々の主桁が独立して挙動するモードの存在が懸念されること，構造減衰が小さいと考えられることから，起振機による自由振動実験を行った．２主桁橋の構造特性として，たわみとねじれの固有振動数が近接していることもあり，データに若干のうねりが認められたため，２つの振動モードの混合波形として同定を行った.

２．実験データ

起振機による加振位置と桁上の鉛直加速度計測点を**図１**に示す．加速度の計測はA1～P5の５径間の中央，計10測点で行っている．本解析では桁部のモード形状を調べるため，10点すべての加速度応答から一括同定を行うこととした．また本解析は，たわみ１，２次およびねじれ１次の基本３モードを対象として加振を行った，計 12 ケースのデータについて行っているが，本論文では主に**表１**に示すたわみ１次モードに関する４ケースについて報告する．なお，サンプリング時間は**表１**の加振振動数に対して１波のデータ数が 20 となるよう設定されている．

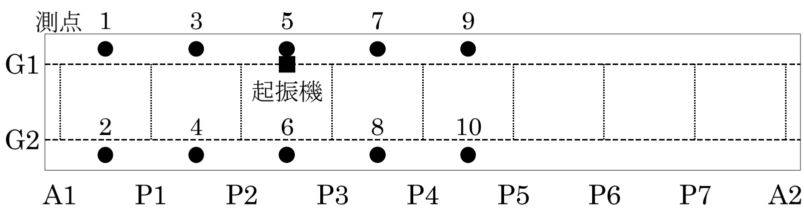


図１　起振機位置と加速度計測点

表１　たわみ１次加振データ

ケース番号	加振振動数 [Hz]	データ数
1	2.120	800
2	2.110	1000
3	2.110	800
4	2.105	1000

３．同定方法

ℓ個の計測点で計測された加速度応答データからm個の振動モード情報を一括同定することを考える．i 番目の計測点の自由振動応答$x_i(t)$は次式で与えられる．

$$x_i(t)=\sum_{j=1}^{m}e^{-\xi_j\omega_j t}\left\{A_j\phi_{ij}\cos\left(\omega_j\sqrt{1-\xi_j^{\,2}}\,t\right)+B_j\phi_{ij}\sin\left(\omega_j\sqrt{1-\xi_j^{\,2}}\,t\right)\right\},\ \ i=1,2,\cdots,\ell \tag{1}$$

ここに，tは時刻，ω_j，ξ_jはj次モードの固有円振動数および減衰定数，ϕ_{ij}はモード形状，A_j，B_jはj次モードのモード振幅である．i 番目の計測点で加速度応答$y_i(t_k)$（$k=1,2,\cdots,n$，nはデータ長）が測定されたとすると，測定誤差ε_{ik}は次式で与えられる．

$$\varepsilon_{ik}=y_i(t_k)-x_i(t_k)=y_i(t_k)-\sum_{j=1}^{m}e^{-\xi_j\omega_j t_k}\left\{A_j\phi_{ij}\cos\left(\omega_j\sqrt{1-\xi_j^{\,2}}\,t_k\right)+B_j\phi_{ij}\sin\left(\omega_j\sqrt{1-\xi_j^{\,2}}\,t_k\right)\right\} \tag{2}$$

理論解である推定値$x_i(t_k)$はモード情報ω_j，ξ_j，ϕ_{ij}，A_j，B_j（$j=1,2,\cdots,m$）の関数と考えられるので，重み付き最小二乗法によりモード情報の同定は以下の評価関数を最小化する最適化問題と設定することができる．

$$J=\frac{1}{\ell\cdot n}\sum_{i=1}^{\ell}\sum_{k=1}^{n}w_i\varepsilon_{ik}^{\ 2}=\frac{1}{\ell\cdot n}\sum_{i=1}^{\ell}\sum_{k=1}^{n}w_i\left[y_i(t_k)-\sum_{j=1}^{m}e^{-\xi_j\omega_j t_k}\left\{A_j\phi_{ij}\cos\left(\omega_j\sqrt{1-\xi_j^{\,2}}\,t_k\right)+B_j\phi_{ij}\sin\left(\omega_j\sqrt{1-\xi_j^{\,2}}\,t_k\right)\right\}\right]^2 \tag{3}$$

ここに，w_iは重み係数である．なお，実モードを仮定しモード形状ϕ_{ij}を実数としたとき，求めるべきモード情報の

キーワード　２主桁橋，振動試験，モード同定
連絡先　〒530-0003　大阪市北区堂島 1-6-20 堂島アバンザ 19Ｆ　ＴＥＬ06-6344-9617

数は１モードにつき $4+(\ell-1)=\ell+3$，全モードで $(\ell+3)m$ である．

以上の定式化に基づき，実験データからの同定を行った．計測点の数は $\ell=10$，振動モードの数は実験データにうなりが生じていることから $m=2$ とした．これにより，求めるモード情報の数は 26 となる．式(3)の最適化問題の解法としては修正 Levenberg-Marquardt 法を用いた．また，重み係数 w_i については，各計測点の波形データを同等に扱うため，各計測点の波形そのものの分散の逆数とした．

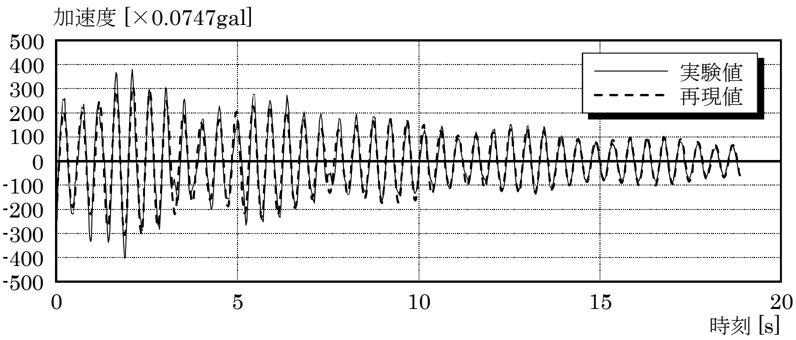


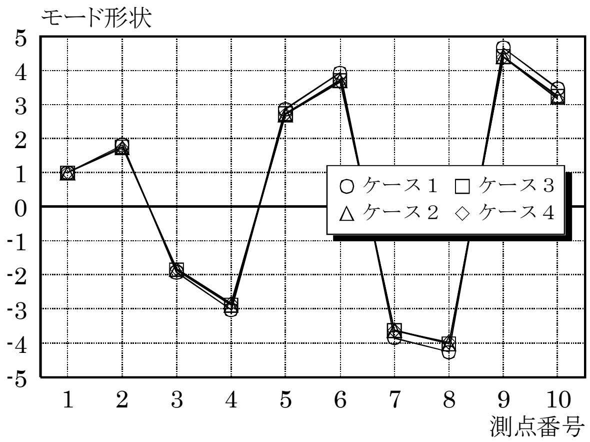
図２　自由振動波形例（ケース 1，測点１）

４．同定結果

本研究で対象とした自由振動波形例を**図２**に示す．同定結果より，たわみ１次モード加振時の自由振動波形には４ケースとも，たわみ１次およびねじれ１次の２つのモード波形が混在していることが分かった．得られたモード形状を**図３**に示すが，４ケースの結果がほぼ一致している．なお，**図３**の横軸は**図１**の測点番号に対応しており，縦軸のモード形状は測点１の値を１としてまとめている．固有振動数については，たわみ１次，ねじれ１次両モードとも，４ケースでほぼ一致した同定結果が得られた．また，**図２**には同定結果からの再現値も示しているが，実験波形のうなりの状況をうまく再現できることが分かる．

５．まとめ

たわみ１次モード加振以外のものを含む，３モードの加振の同定結果を**表２**にまとめて示す．表中には１モード波形としての同定結果もあわせて示している．本解析で得られた固有振動数は１モード波形としての結果の値をやや上回るものの，両者はおおむね整合している．なお，本解析で対象とした自由振動波形には振幅依存性があるとも考えられるため，今後その点を含めて詳しく検討したいと考えている．



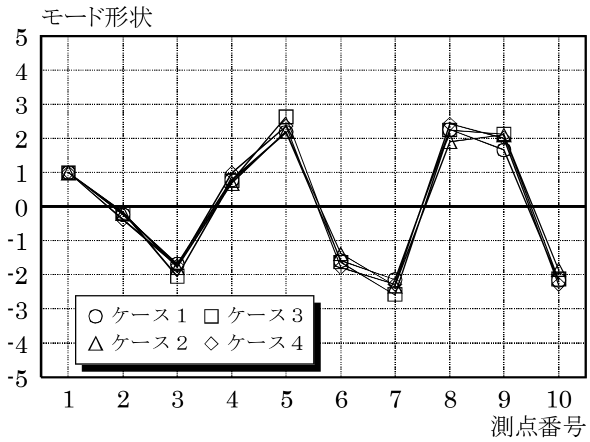


図３　モード形状（左：たわみ１次，右：ねじれ１次）

表２　同定結果のまとめ

振動モード	固有振動数［Hz］	
	混合波形としての同定値	１モード波形としての値
たわみ１次	2.114	2.110
たわみ２次	2.282	2.275
ねじれ１次	2.393	2.381
ねじれ２次	2.502	2.501