

ERA を用いた構造物のモード特性同定とその部分構造同定への応用

埼玉大学大学院 学生員 安田大樹

埼玉大学工学部 正会員 山口宏樹

1. 研究背景・目的

動特性は構造物の保有する性能に直接関係し、振動計測に基づいた土木構造物の健全度評価に関する研究が盛んに行われつつある¹⁾。これは構造物に損傷、劣化が生じたことによるモード特性の変化を利用するものであるが、一般にその変化は微小であることが多いため、次の2つの問題を有する：1つは計測データからモード特性を同定する解析の精度の問題、もう一つは局所的損傷等に起因する部分的な構造変化の抽出の問題である。そこで本研究では、多々羅大橋の起振実験自由振動データを例に、高精度同定法とされるERA (Eigensystem Realization Algorithm)²⁾を適用し、その有用性を検討した。また、モード特性同定結果から部分構造のモード特性同定への応用を試みた。

2. ERA によるモード特性同定

図1に示すようなうなりを伴う自由減衰振動データに対して ERA を適用し、モード特性を同定した。

I.振動データ 計測データはねじれ対称1次振動励起時の計測点 C44 ケーブルに取り付けられた変位計によるもので、サンプリング間隔 0.05 秒で 300 秒間のデータ（データ総数 6000 個）が得られている。これを用いた単点参照によるモード特性同定を行う。

II.ハンケル行列の作成 得られた振動データ（デジタルデータ）をハンケル行列の形にする。ここでハンケル行列は、40 秒間の計測データを 1 行（800 列に対応）とし、1 行毎に 0.05 秒（1 ステップ）時間を遅らせたものを、4000 行並べたものとしている。

III.特異値分解及び次数の決定 ハンケル行列を特異値分解し、その特異値より採用次数を決定する。ここで、次数とはハンケル行列のランクにあたり、振動データに含まれる有意なモード数の2倍の値に対応する。図2は得られた特異値を大きいものから順に並べたものである。最大特異値に比べて5次以降の特異値は十分小さく、有意でないことから、採用次数を4とした。

IV.数学モデルの実現 上で決定した次数に対応した、 4×4 の特性行列を持つ数学モデル（低次元化された状態行列に対応）を実現する。

V.複素固有値解析とモード特性の同定 実現された数学モデルを固有値解析し、複素固有値、複素固有ベクトルが得られる。これより構造物のモード特性（固有振動数、モード減衰比、モード形状）が表1のように同定された。

表1よりうなりを伴う振動データに対して、振幅の大きさが有意な2つの近接振動数（0.496Hz, 0.509Hz）を同定できたことが確認できる。表には同定精度を表すパラメータ MAC も並記したが、両モードとも 1.00 となっており、精度は高いと言える。実際、同定された2つのモードを重ね合わせて振動波形を再構成し計測データと比較した（図3）が、両者は良く一致しており、ERA の有効性を確認することができる。

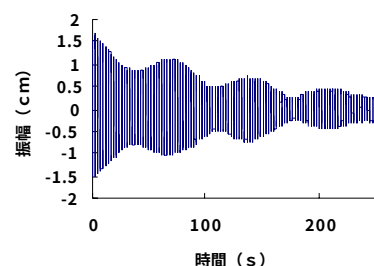


図1 振動計測データ

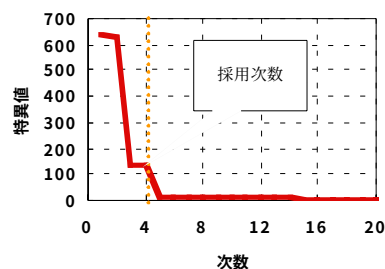


図2 特異値の分布

表1 モード特性同定

固有振動数 (Hz)	減衰比	振幅 (cm)	位相 (度)	MAC
0.496	0.0019	1.30	119	1.00
0.509	0.0013	0.26	121	1.00

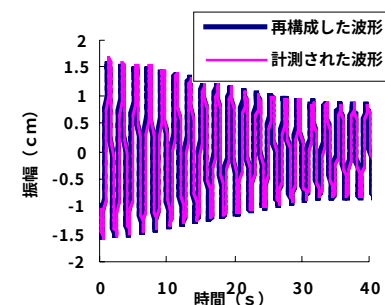


図3 再構成波形の比

キーワード：モード特性同定, ERA, 部分構造, 健全度評価, 拘束モード合成法

連絡先 〒338-8570 さいたま市下大久保 255 埼玉大学建設工学科 電話番号：048-858-3552 FAX：048-858-7374

3. 部分構造同定への応用

斜張橋を構成する部分構造である桁、塔、ケーブルのうち、ケーブルに着目し、そのモード特性の同定を試みた。桁と連成しているケーブルとそのケーブルの桁、塔との結合部付近の計測点 3 点（図 4）を参照して ERA によるモード特性の同定を行っている。なお、計測データは鉛直曲げ逆対称 1 次振動励起時のものである。

図 5 に特異値の分布を示したが、前述の例とは異なり、特異値の有意な差が判断できず、採用次数の決定が困難である。そこで採用次数をパラメータに ERA を適用し、モード特性を同定した。図 6 は採用次数と同定された振動数との関係を示したものであり、対象とした固有振動数付近のみの 3 つを表示した。このうち 0.230Hz は鉛直対称 1 次振動と考えられ除外し、残り 2 つの同定された振動数 0.263Hz, 0.277Hz に対応するモード形状（各部分構造の変位）と次数の関係を図 7 に示した。採用次数が 18 以降で真値を与えると判断できる。また、この結果からどちらのモードも桁・塔の振動が確認され、ケーブル自体のモード特性を抽出するためには何らかの操作が必要と言える。

図 7 によれば、どちらのモードも桁：塔の振幅比が約 2：1 とほぼ等しく、桁・塔の運動をまとめて 1 自由度で表せると考えられる。また、部分構造合成法の考え方によると、ケーブル（部分構造内部領域）の変位は結合部の変位に伴う剛体変位と拘束モード変位（結合部を固定したときの振動）の和として表せることから、同定されたモード形状からこの 2 つの変位の算出も可能である（結果を表 2 に示す）。そこで、これらを新座標に、図 8 に示すような桁・塔の運動と対象ケーブルの運動（拘束モード）をそれぞれ 1 自由度とする、2 自由度系モデルによる定式化を行った。その結果が式(1)である。

$$\begin{bmatrix} m_a & m_{ab} \\ m_{ab} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_a \\ \ddot{x}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_a & 0 \\ 0 & \omega_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a \\ x_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1) \quad \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 x_a と x_b はそれぞれ結合部変位と拘束モード変位、 ω_c はケーブル拘束モードの固有振動数である。式(2)は式(1)をモード解析した一般的な形であり、添字 1, 2 は同定された 2 つのモードに対応するものである。そこで、表 2 に示すモード形状、固有振動数を用いて式(1)を各モードに分解し、式(2)の形を満足するようケーブル拘束モード（部分構造としてのケーブル）の固有振動数を決定した。その結果、 $\omega_c=0.285\text{Hz}$ を得た。ここで、ケーブル単体についての解析結果によると $\omega_c=0.280\text{Hz}$ である。桁結合部の変位を導出する際に解析結果を参考にしたため、いくらかの誤差を含むと思われるが、本手法にあった実験方法を選択することで、より精度の高い同定も可能と考えられる。

4. まとめ

本研究では実橋振動実験自由振動データに ERA を適用しその有効性を検討した。その結果、近接モードに対しても十分な精度で同定が可能であることが確認できた。また、ERA によるモード特性の同定結果から部分構造のモード特性の抽出を試み、部分構造同定への可能性を示すことができた。

参考文献：

- 1) 土木学会；橋梁振動モニタリングのガイドライン，丸善（株），2000.10.
- 2) Juang, J.N. and Pappa, R.S. :Eigensystem Realization Algorithm for Modal Parameter Identification and Model Reduction, Journal of Guidance, control, and Dynamics, pp620-627, July-August,1985.

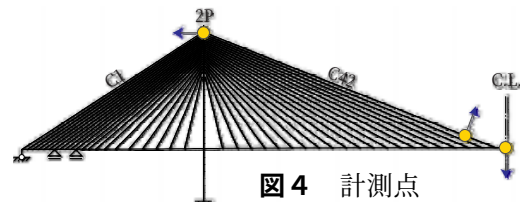


図 4 計測点

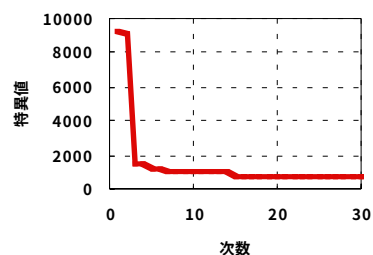


図 5 特異値の分布

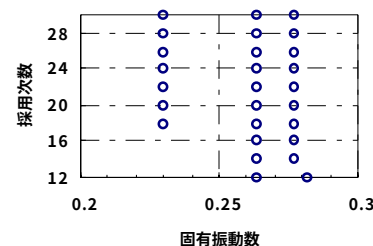


図 6 採用次数と固有振動数

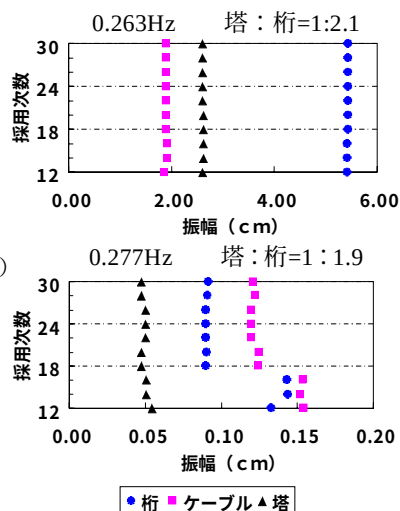


図 7 採用次数と各計測点での振幅

表 2 部分構造・モード寄与量

固有振動数	モード寄与量(cm)	
	剛体変位	拘束モード
0.263Hz	-6.50	4.60
0.277Hz	-0.11	0.23

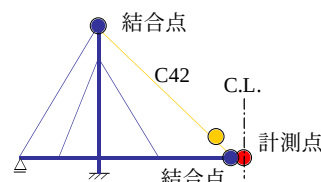


図 8 モデル化概念図