ケーブルの緩みを考慮した非線形振動解析

長崎大学大学院　学生会員　○井上　靖　　長崎大学工学部　フェロー　高橋和雄
長崎大学大学院　学生会員　Wu Qing Xiong　長崎大学工学部　正会員　中村聖三

１．まえがき

ケーブルは軸引張力のみに抵抗する部材であるが，これまでのケーブル非線形振動解析では，このケーブルの非抗圧縮性の影響を無視した解析がなされている。著者らは，世界で初め非抗圧縮性の影響を表現できるモデルを開発して，ケーブルの非抗圧縮性の影響を評価しつつある[1)]。本研究では，ケーブルが支点移動を受ける場合（軸方向変動軸力[2)]）について，ケーブルの非抗圧縮性の影響を評価する。

２．ケーブルの運動方程式および解法

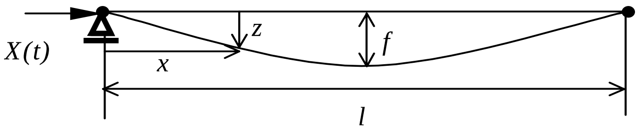


図-1　ケーブルの一般図

図-1 に示すように，一端固定，他端に任意の支点変位を受ける長さに沿って等分布質量を有するサグ比 f/l が 1/8 以下の偏平ケーブルを解析の対象とする。左支点が水平方向支点変位を受けるケーブルの応答 $u_c(x,t)$および $w_c(x,t)$を次式のように仮定する。

$$u_c(x,t)=\left(1-\frac{x}{L}\right)X(t)+u(x,t)\,,\quad w_c(x,t)=w(x,t)$$

曲げと減衰の項を考慮すると，さらに無次元化したケーブルの運動方程式は次のようになる[1)]。

$$\frac{\partial^2\bar{w}}{\partial\tau^2}+2h\omega_1\frac{\partial\bar{w}}{\partial\tau}+\frac{k^2\delta}{\pi^2}\frac{\partial^4\bar{w}}{\partial\bar{x}^4}-\left(1+\frac{\Delta H}{H}\right)\frac{1}{\pi^2}\frac{\partial^2\bar{w}}{\partial\bar{x}^2}+\left(1+\frac{\Delta H}{H}\right)\frac{8\gamma}{\pi^2}=\frac{8\gamma}{\pi^2}\left(\bar{p}(\bar{x},\tau)+1\right) \tag{1}$$

$$\frac{\Delta H}{H}=\frac{k^2}{1+8\gamma^2}\left(-\bar{X}(\tau)\right)+\frac{k^2}{1+8\gamma^2}\left\{\frac{1}{2}\int_0^1\left(\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{x}}\right)^2d\bar{x}+8\gamma\int_0^1\bar{w}d\bar{x}\right\}\ \text{あるいは,}\ \frac{\Delta H}{H}=h_p+\bar{h} \tag{2}$$

ここに， $h_p=\dfrac{k^2}{1+8\gamma^2}\left(-\bar{X}(\tau)\right)$ ：支点変位による変動軸力， $\bar{h}=\dfrac{k^2}{1+8\gamma^2}\left\{\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^1\left(\dfrac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{x}}\right)^2d\bar{x}+8\gamma\int_0^1\bar{w}d\bar{x}\right\}$ ：付加軸力である。

また， $\bar{x}=x/l$ ， $\gamma=f/l$ ：サグ比， $k=\sqrt{EA/H}$ ：縦波-横波伝播速度比，h：減衰定数， $\delta=EI/L^2\cdot 1/EA$ ：曲げ一伸び剛性比， $\bar{w}=w/l$ ：無次元変位，H：初期水平張力，w： z方向のたわみ， $\tau=\omega_1 t$ ：無次元時間， ω_1 ：弦の 1 次固有円振動数， $\overline{X(\tau)}=X(t)/l$ 。

ケーブルの非抗圧縮性を考慮する場合は，全水平張力$(1+\Delta H/H)$が 0 より小さくになった場合を 0 とする。

数値解法として，陽な差分法を用いる。要素分割数は 100 とし，時間間隔は 2.5×10^{-5} とする。数値安定のため， $\delta=10^{-7}$ および h=0.001 を用いる。支点移動の特性を調べるため，荷重変位 $\bar{p}(\bar{x},\tau)=0$ とする。支点変位は周期的変動変位とすれば，次式のように表される。

$h_p=\bar{h}_p\sin\bar{\Omega}\tau$ ，つまり， $\left(-\overline{X(\tau)}\right)=\bar{X}_0\sin\bar{\Omega}\tau=\dfrac{1+8\gamma^2}{k^2}\ \bar{h}_p\sin\bar{\Omega}\tau$ 。ここに， $\bar{\Omega}=\Omega/\omega_1$ ，Ω は支点変位の円振動数であり，ケーブルの線形対称 1 次円振動数と一致させる。

３．解析の精度

差分法の精度を確認するために，ケーブルに圧縮力が入らない範囲において，差分法と Galerkin 法による時刻歴応答を図- 2 に示す。両者が一致していることから，精度は十分であると確認できる。

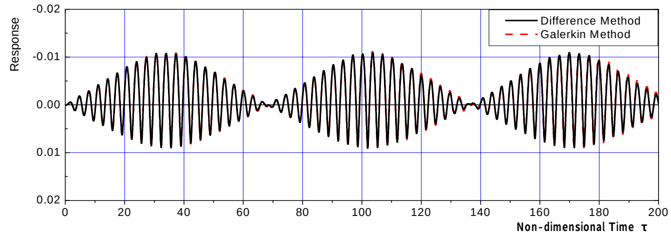
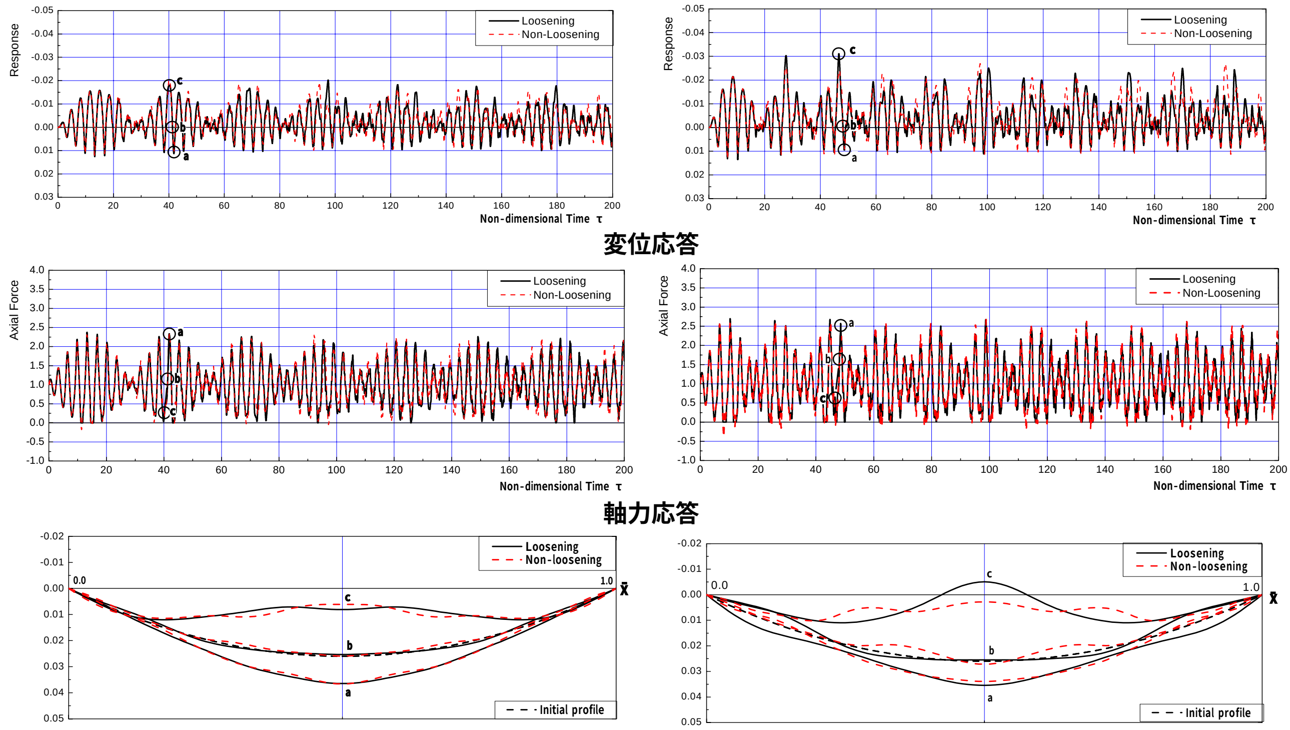


図-2　中央点の変位の時刻歴応答
（γ=0.026，k=30，$\bar{X}_0$ =5.6×10^{-5} ($\bar{h}_p$ =0.05) ）

４．解析結果

（１）非抗圧縮性の影響　支点変位 $\bar{X}_0$ =2.24×10^{-4}（支点変位による変動軸力 $\bar{h}_p$ =0.2）および $\bar{X}_0$ =4.48×10^{-4}（$\bar{h}_p$ =0.4）が作用する場合，ケーブル（γ=0.026 および k=30）の応答および空間波形を**図-3** に示す。全水平

キーワード：ケーブル、非線形振動、緩み
連絡先:〒852-8521　長崎市文教町 1-14 長崎大学工学部　社会開発工学科　Tel. 095-847-1111(内線 2710) Fax 095-848-3624



(a) $\overline{X}_0 = 2.24\times10^{-4}$ ($\overline{h}_p = 0.2$) 空間波形 (b) $\overline{X}_0 = 4.48\times10^{-4}$ ($\overline{h}_p = 0.4$)

図-３　非抗圧縮性の影響（γ=0.026，k=30）

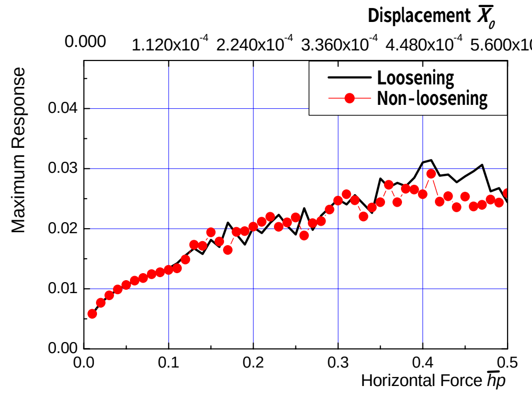


図-４　最大変位（γ=0.026，k=30）

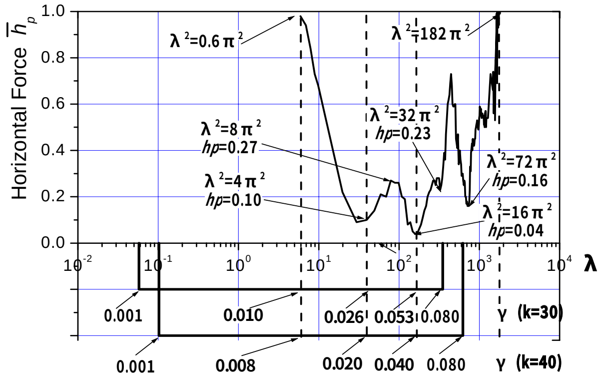


図-５　圧縮力が出現する支点変位による変動軸力

張力応答から明らかなように，ケーブルに圧縮力が入る領域が存在するが，支点変位 X (変動軸力 h_p)が増加しても，その発生領域は増加しない。この理由は，空間波形から明らかなように，ケーブルの圧縮力側の空間波形は高次モード成分が卓越した曲線となっている。つまり，ケーブルに圧縮力が入りにくい空間波形となっている。支点変位による変動軸力をパラメーターとして，非抗圧縮性を考慮した場合とこれを無視する場合のケーブル中央点の最大変位を**図-4** に示す。図のように，最大応答に及ぼす非抗圧縮性の影響は小さい。

（２）圧縮力が出現する支点変位による変動軸力　圧縮力が出現する変動軸力の振幅 $\overline{h}_p$ とサグ比 γ との関係を**図-５**に示す。最小値は k=30 の場合にサグ比 0.026 および 0.053 付近，k=40 の場合にはサグ比 0.020 および 0.040 付近で現れる。周期的変動鉛直荷重の場合と同様に，ケーブルの振動モードが対称１次から対称２次，対称２次から対称３次に遷移中のサグ比で圧縮軸力が発生しやすい。

５．まとめ

（１）ケーブルの最大応答に及ぼす非抗圧縮性の影響は小さい。（２）ケーブルの振動モードが遷移中のサグ比で圧縮軸力が出現しやすい。

参考文献

１）井上，高橋，中村，Wu：ケーブルの緩みを考慮した非線形振動解析，土木学会第 56 回年次学術講演会講演概要集，I-A069, pp.138-139，2001.
２）高橋，鎌田，花田：係数励振力と周期的変動荷重を受ける偏平ケーブルの非線形振動，土木学会論文集，No.549/Ⅰ-37, pp.115-124，1996.