歪み速度依存型履歴ばねの数値計算モデルに関する一検討

東京都立大学大学院工学研究科 学 藤田 佳洋
東京都立大学大学院工学研究科 正 長嶋 文雄

1. はじめに

履歴型のサイスミックダンパーによる制震設計を行うためには、その吸収エネルギー量が構造物の実際の揺れと密接に関係するため、FEM のフレーム構造要素などを用いた精度の高い動的応答解析が不可欠である。本研究は、鋼製サイスミックダンパーの FEM 解析用数値計算モデルに関する検討を行ったものであり、歪み速度依存型の非線形材料特性と Ramberg-Osgood 型の履歴特性を有する「サイスミックダンパー要素」の開発を試みたものである。

2. 歪み速度依存型履歴ばねの数値計算モデルの概要

動的応答解析に用いる、任意の2節点 i，j 間に設置可能な歪み速度依存型の履歴型サイスミックダンパーの数値計算モデルを、FEM における長さ L の梁要素を用いて作成する（図-1 参照）。歪み速度効果に関する検討例は少なく、資料が整っていないが、極低降伏点鋼（降伏点が 100N/mm^{2}レベルと称される鋼材）においては、図-2 に示すような歪み速度－降伏応力・最大応力（強度）関係が得られている[1)]。この歪み速度効果をクーパー・シモンズの式を用いて表わすことにする。また、Ramberg-Osgood 型の履歴特性を持たせることにする。履歴曲線は両節点間の相対変位、相対速度、履歴などによって計算され、歪み速度に対応する量としては相対速度が用いられる。

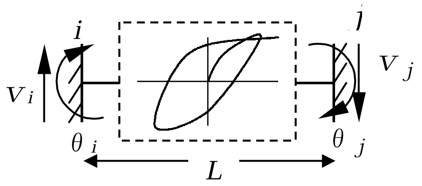

図-1 数値計算モデルの概念図

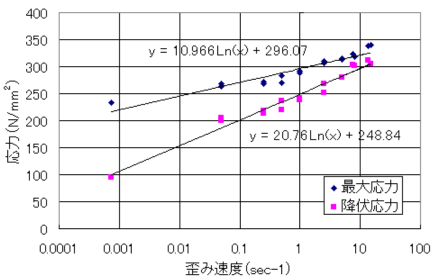

図-2 歪み速度－降伏応力・最大応力関係

3. Ramberg-Osgood 型履歴曲線

文献 2)を参照し、梁要素の材料特性に、式(1)～(9)で表わされる Ramberg-Osgood 型の非線形性を与えることにより、2節点間に曲げおよびせん断に関する「履歴ばね特性」を発生させる。式(8)の W, Z は断面係数と塑性断面係数であるが、座屈が先行する場合には、これに等価な値を与えればよい。履歴曲線の増分方程式、対称条件による縮約マトリックスは式(10)～(15)のようになる。履歴曲線はスケルトンカーブとブランチカーブで構成されるが、前者の場合は式 (10), (11)または式(12)と式(16)～(27)を用い、後者に

Ramberg-Osgood 式

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E}+K\left(\frac{\sigma}{E}\right)^{r} \quad (1)$$

ε:歪み, σ:応力, K:式(5)
r: $Ramberg$数, E:弾性係数

履歴曲線の関係式

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E}+K\left(\frac{\sigma_y}{E}\right)^{r-1}\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^{r-1}\frac{\sigma}{E}=\frac{\sigma}{E}+\bar{b}\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^{r-1}\frac{\sigma}{E}=\frac{\sigma}{E}\left[1+\bar{b}\left|\frac{\sigma}{\sigma_y}\right|^{r-1}\right] \quad (2)$$

$$\varepsilon=\frac{My}{EI}\left[1+\bar{b}\left|\frac{My/I}{M_y y/I}\right|^{r-1}\right]=\frac{My}{EI}\left[1+\bar{b}\left|\frac{M}{M_y}\right|^{r-1}\right]=\frac{My}{EI}\left[1+\bar{b}\left|\frac{M}{\bar{d}M_p}\right|^{r-1}\right]=\frac{My}{EI}\left[1+\bar{a}\left|\frac{M}{M_p}\right|^{r-1}\right] \quad (7)$$

$$M_y=W\sigma_y,\quad M_p=Z\sigma_u \quad (8)$$

$$\varepsilon_x=\sigma_x\frac{1}{m_xE}=\sigma_x\frac{1}{E}\left(1+\bar{b}\left|\frac{\sigma_x}{\sigma_y}\right|^{r-1}\right) \quad (3)\qquad m_x=\frac{\sigma_x}{\varepsilon_xE},\quad \bar{b}=\frac{1-m_x}{m_x}\left|\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\right|^{r-1} \quad (4)$$

(x=1,2,・・,u　u:最大応力時)

$$K=\frac{1-m_1}{m_1}\left|\frac{E}{\sigma_1}\right|^{r-1} \quad (5)\qquad r=1+\frac{\ln\left[m_2(1-m_1)/m_1(1-m_2)\right]}{\ln(\sigma_1/\sigma_2)} \quad (6)\qquad \bar{d}=\frac{W}{Z},\quad \bar{a}=\frac{\bar{b}}{\bar{d}^{(r-1)}} \quad (9)$$

増分方程式

$$\begin{bmatrix} dM_i\\ dM_j\\ dV_i\\ dV_j\end{bmatrix}=\frac{6EI}{L\bar{Z}}\begin{bmatrix} 2+2\overline{W}_i+\overline{W}_jQ_j & 1+\overline{W}_iG_i+\overline{W}_jG_j & \frac{-1}{L}(3+U_i+U_jS_j) & \frac{-1}{L}(3+U_i+U_jS_j)\\ 1+\overline{W}_iG_i+\overline{W}_jG_j & 2+2\overline{W}_j+\overline{W}_iQ_i & \frac{-1}{L}(3+U_j+U_iS_i) & \frac{-1}{L}(3+U_j+U_iS_i)\\ \frac{-1}{L}(3+U_i+U_jS_j) & \frac{-1}{L}(3+U_j+U_iS_i) & \frac{1}{L^2}(6+R_i+R_j) & \frac{1}{L^2}(6+R_i+R_j)\\ \frac{-1}{L}(3+U_i+U_jS_j) & \frac{-1}{L}(3+U_j+U_iS_i) & \frac{1}{L^2}(6+R_i+R_j) & \frac{1}{L^2}(6+R_i+R_j)\end{bmatrix}\begin{bmatrix} d\theta_i\\ d\theta_j\\ dY_i\\ dY_j\end{bmatrix}$$

$$=\frac{6EI}{L\bar{Z}}\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14}\\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24}\\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34}\\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} d\theta_i\\ d\theta_j\\ dY_i\\ dY_j\end{bmatrix} \quad (10)\qquad \bar{Z}=\left(2+2\overline{W}_i+\overline{W}_jQ_j\right)\left(6+R_i+R_j\right)-\left(3+U_i+U_jS_j\right)^2 \quad (11)$$

対称条件による縮約マトリックス

$$\begin{Bmatrix}\Delta M_j\\ \Delta V_j\end{Bmatrix}=\frac{6EI}{L\bar{Z}}\begin{bmatrix} K_{22}+\frac{K_{21}(K_{22}-K_{12})}{K_{11}-K_{21}} & K_{24}+\frac{K_{21}(K_{24}-K_{14})}{K_{11}-K_{21}}\\ K_{42}+\frac{K_{41}(K_{22}-K_{12})}{K_{11}-K_{21}} & K_{44}+\frac{K_{41}(K_{24}-K_{14})}{K_{11}-K_{21}}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta\theta_j\\ \Delta Y_j\end{Bmatrix}=\frac{6EI}{L\bar{Z}}\begin{bmatrix} K_{11}' & K_{12}'\\ K_{21}' & K_{22}'\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta\theta_j\\ \Delta Y_j\end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$\Delta M_i=\Delta M_j \ (13)\qquad \Delta V_i=\Delta V_j \ (14)\qquad \Delta Y_i=0 \ (15)$$

マトリックス要素内の係数式

$$R_i=\frac{6\bar{a}}{(1+M_j/M_i)}\left|\frac{M_i}{M_p}\right|^{r-1} \ (16)\qquad U_i=\frac{6\bar{a}}{(r+1)(1+M_j/M_i)^2}\left|\frac{M_i}{M_p}\right|^{r-1} \ (17)\qquad S_i=r+(r+1)(M_j/M_i) \ (19)$$

$$\overline{W}_i=\frac{6\bar{a}}{(r+1)(r+2)(1+M_j/M_i)^3}\left|\frac{M_i}{M_p}\right|^{r-1} \ (18)\qquad G_i=r+(r+2)(M_j/M_i) \ (20)$$

$$Q_i=r(r+1)+2r(r+2)(M_j/M_i)+(r+1)(r+2)(M_j/M_i)^2 \ (21)$$

$$R_j=\frac{6\bar{a}}{(1+M_i/M_j)}\left|\frac{M_j}{M_p}\right|^{r-1} \ (22)\qquad U_j=\frac{6\bar{a}}{(r+1)(1+M_i/M_j)^2}\left|\frac{M_j}{M_p}\right|^{r-1} \ (23)\qquad \overline{W}_j=\frac{6\bar{a}}{(r+1)(r+2)(1+M_i/M_j)^3}\left|\frac{M_j}{M_p}\right|^{r-1} \ (24)$$

$$S_j=r+(r+1)(M_i/M_j) \ (25)\qquad G_j=r+(r+2)(M_i/M_j) \ (26)$$

$$Q_j=r(r+1)+2r(r+2)(M_i/M_j)+(r+1)(r+2)(M_i/M_j)^2 \ (27)$$

$$M_{ijd}=M_i-M_{ij} \ (28)\qquad M_{jjd}=M_j-M_{jj} \ (29)$$

$$M_p'=2M_p \ (30)$$

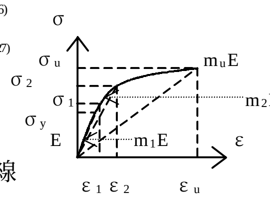

図-3 応力－歪み曲線

キーワード:歪み速度、履歴曲線モデル、鋼材料、数値計算モデル、極低降伏点鋼

連絡先:〒192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1，東京都立大学大学院工学研究科土木工学専攻 TEL:0426-77-1111 内(4531) FAX: 0426-77-2772

おいてはこれらの式中の M_i，M_j，M_P の代わりに式(28)～(30)で示される M_{ijd}, M_{jjd}, M'_P を用いる。また式(2)～(9)で使われている定数は、図−3 に示すような静的載荷試験から得られた応力－歪み関係曲線の任意点 1，2(ただし、0.7≦m_2≦1.0)から求める。

4. 歪み速度パラメータの評価方法

歪み速度効果: Ramberg-Osgood 履歴曲線に歪み速度効果を与えるため、鋼材のモデル化によく用いられるクーパー・シモンズ(Cowper & Symonds)モデルを使うことにした。このとき、任意の歪み速度 $\dot{\varepsilon}$ における降伏応力 σ_y と最大応力 σ_u はそれぞれ式(31), (32)で表わすことができる。なお、歪み速度 $\dot{\varepsilon}$ は式(33)に示すように２節点(i - j)間の相対速度に比例するものと仮定する。σ_{y0}, σ_{u0} は、それぞれ降伏応力の初期値（静的載荷試験時のデータ）と最大応力の初期値であり、C_y, p_y, C_u, p_u は歪み速度パラメーターである。また、dt は増分時間であり、L は２節点間距離である。

$$\sigma_y = \sigma_{y0}\left[1+\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{C_y}\right)^{\frac{1}{p_y}}\right] \quad (31) \qquad \sigma_u = \sigma_{u0}\left[1+\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{C_u}\right)^{\frac{1}{p_u}}\right] \quad (32) \qquad \dot{\varepsilon} = \frac{dy_j}{dt \times L} \quad (33)$$

パラメータの評価: 歪み速度パラメータは次のようにして評価することができる。まず、図-4 に示すような静的載荷試験の結果、および図-5 に示すような高速載荷試験結果から、図-2 のような歪み速度－降伏応力・最大応力関係を求める（文献 1）参照)。次に、この関係曲線上の任意の２点のデータを式(31), (32)に代入して、C_y、p_y、C_u、p_u を求める。p_y、p_u はそれぞれ式(34), (35)となる。

$$p_y = \frac{\log\dot{\varepsilon} - \log C_y}{\log\left(\dfrac{\sigma_y}{\sigma_{y0}} - 1\right)} \quad (34) \qquad p_u = \frac{\log\dot{\varepsilon} - \log C_u}{\log\left(\dfrac{\sigma_u}{\sigma_{u0}} - 1\right)} \quad (35)$$

5. 数値計算プログラムの流れ

数値計算プログラムの流れ図を図-6 に示す。サブルーチン化した場合には、引数として、2節点間距離、断面二次モーメント、塑性断面係数、弾性断面係数、初期降伏応力、初期最大応力、最大歪み、歪み速度パラメータ、弾性係数、時間刻みなどが必要である。最初にサブルーチンプログラムがコールされるときには未だモーメントが零であるために零割りのエラーが発生する。これを避けるために最初のコールでは初期設定と伴に特別な処理を施す必要がある。ipath という指標を用いて、スケルトンカーブとブランチカーブの区別をしている。演算ステップ毎に歪み速度が計算され、この歪み速度によって降伏応力と最大応力が変更される。この結果は、剛性マトリックスの計算に使われる M_p とパラメータ $\bar{a}$ に影響し、歪み速度効果を加味した履歴特性が得られる。

6. まとめ

FEM の動的応答解析に使用可能な、歪み依存型履歴ばねの数値計算モデルの開発を、FORTRAN 言語を用いて行った。図−7，8 に数値計算例を示すが変位増分の方向が不規則に反転するような変化(図中○印)にも十分対応出来ており、実験と非常に良く似た履歴曲線が得られることを示した。

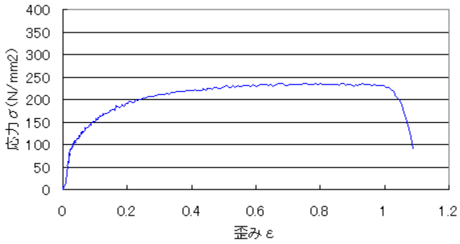

図-4 静的載荷試験における応力－歪み関係

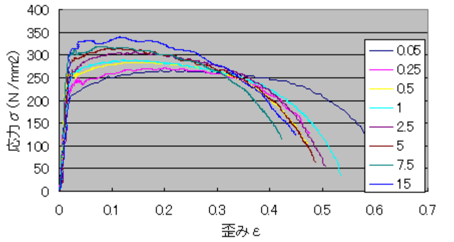

図-5 歪み速度の違いによる応力－歪み関係

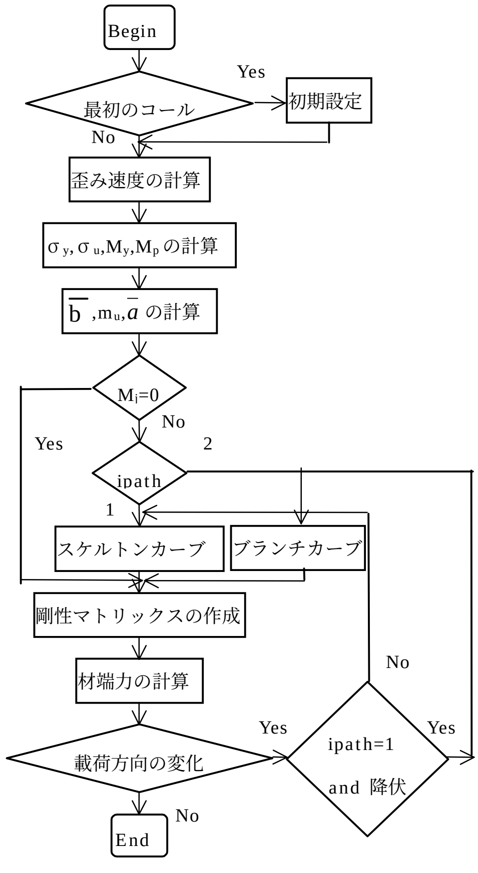

図-6 数値計算モデルの流れ図

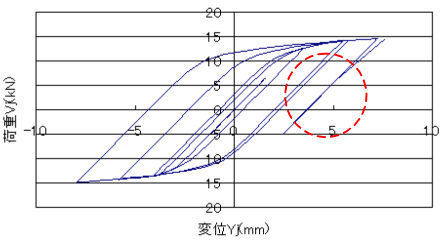

図-7 計算例 1

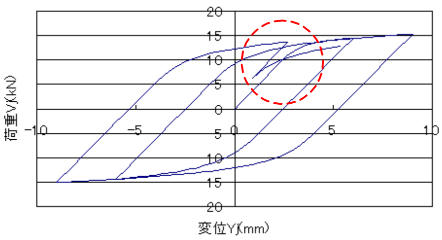

図-8 計算例 2

[参考文献] 1) 飛鳥馬･阿部･長嶋:極低降伏点鋼の歪み速度効果に関する一考察、土木学会第 56 回年次学術講演会概要集, I-A303, 平成 13 年 10 月。 2) F. Y. Cheng: Matrix Analysis of Structural Dynamics, Marcel Dekker Inc., 2001.