

## 満足度をベースとした離散的な多目的構造最適化におけるトレードオフに関する一考察

九州共立大学工学部 学生員 當 間 亮  
九州共立大学工学部 正会員 三 原 徹 治  
第一復建(株) 正会員 千々岩浩巳  
第一復建(株) 正会員 兼 松 建 男

**1. はじめに** 問題を構成する変数がすべて連続数の連続的な多目的最適化問題の解は一般にトレードオフの関係にある解集合(Pareto 解集合)を形成する。その選考解の選定は、満足化トレードオフ法<sup>1)</sup>によって各目的に対して設定した理想点および希求水準から各目的の満足度を算出し、その最大のものを最小化するという最適性規準(=  $Z_{\min}$  規準)に基づく手続きを経て、結果的に各満足度が均一化された解として Pareto 解のひとつを得るものである。しかし離散的な多目的問題の場合には Pareto 解集合に相当するものも離散的となり(= Pareto 解群),  $Z_{\min}$  規準による解が必ずしも意思決定者を満足させる解とはならないこともある。このため、連続最適解が得られることを前提に満足度空間上において連続最適解が有する満足度と各離散解が有する満足度との偏差  $N$  を最小にする離散解を最適解とする  $N_{\min}$  規準を提案し<sup>2)</sup>、さらに連続最適解を得ることができない場合の最適性規準として  $B_{\min}$  規準を提案した<sup>3)</sup>。

本研究では、構造最適化問題における  $B_{\min}$  規準によるトレードオフ手法の可能性を模索するため、比較的単純な離散的な多目的構造最適化問題を設定し、列挙法によって Pareto 解群を探索し、得られた Pareto 解群に対して Spread Sheet 上に構築したトレードオフツールによる離散的 Pareto 解の特性について検討するものである。

## 2. 対象問題の設定と列挙法による Pareto 解群の探索

(1)対象問題: 図 - 1 に示す 10 部材トラス( $P = 196.1\text{kN}$ ,  $L = 100\text{cm}$ )の構造体積  $V$  および塔頂変位  $U$  の最小化を目的関数とし、制約条件には応力制約のみを考慮した。ここに、圧縮部材の設計上の限界値  $\sigma_L$  は本来細長比の影響を受けるが、簡単のために一律  $\sigma_L = -141.2\text{N/mm}^2$  に固定し、引張部材については限界値  $\sigma_U = 170\text{N/mm}^2$  とした。設計変数  $X_{1\sim6}$  は各部材の断面積で、その離散値データは表 - 1 に示す 16 種類とした。ただし  $X_{4\sim6}$  についてはランク 7~16 の 10 種類とした。

(2)Pareto 解群の探索: まず、対象問題の総組合せ数 40,90,600 組( $= 10^3 \times 16^3$ )に対して構造解析を行い、応力制約を満足する可能解 885,421 組を抽出するとともにそれぞれの構造体積  $V$  値および塔頂変位  $U$  値を求めた。この可能解から比較的良好な解 3,762 組を絞り込み、最終的に 251 組の Pareto 解群を探索した。図 - 2 は、横軸に構造体積  $V$  値、縦軸に塔頂変位  $U$  値をとり、比較的良好な解を青色のプロットで、Pareto 解群を紫色のプロットで示したものである。Pareto 解群は探索前に予想していた以上に連続性が強いものであるが、本研究で対象とした比較的単純な構造設計においても 251 組もの多数の解が Pareto 解群に該当することは注目

される。多目的 GA 手法と呼ばれる Pareto 解群を求めることを目的とした手法<sup>4)</sup>も提案されているが、多くの解が Pareto 解群に該当する場合にそれらすべてを確実に得る保証はない。またこのような Pareto 解群が

キーワード: 離散的な最適化, 多目的最適化, 構造最適化, 最適性規準, トレードオフ

連絡先: 〒807-8585 北九州市八幡西区自由ヶ丘 1-8 093-693-3230

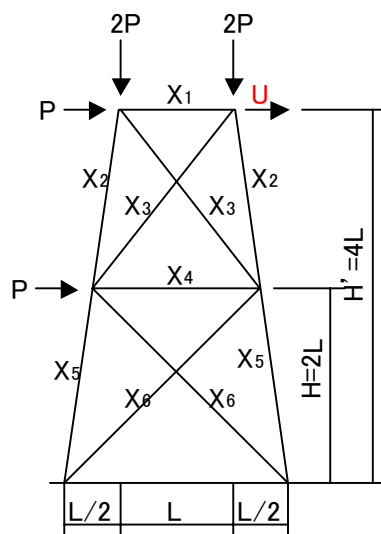


図 - 1 10 部材トラス

表 - 1 離散値データ

| No. | A     | No. | A     | No. | A     |
|-----|-------|-----|-------|-----|-------|
| 1   | 22.72 | 7   | 30.01 | 13  | 49.27 |
| 2   | 25.16 | 8   | 34.79 | 14  | 52.35 |
| 3   | 25.22 | 9   | 34.82 | 15  | 57.27 |
| 4   | 26.32 | 10  | 39.61 | 16  | 58.91 |
| 5   | 29.17 | 11  | 40.40 | -   | -     |
| 6   | 29.94 | 12  | 46.03 | -   | -     |

注) A は断面積(単位:  $\text{cm}^2$ )

得られた場合にも意思決定者による解の選考がかなり困難であることが推察される。

### 3. 満足度をベースとしたトレードオフ

著者らが先に提案した Bmin 規準とは式(1)に示す B 値を最小にする解を最適解と判定するものである。

$$B = \sum (Z^A - Z_i^d)^2 + \sum (Z^W - Z_i^d)^2 \quad (1)$$

ここに、 $Z_{d_i}$  は i 番目の目的に対する離散解の満足度、 $Z^A$  は  $Z_{d_i}$  の満足度の算術平均値、 $Z^W$  は Zmin 規準で最適と判定された離散解の満足度の加重平均値である。

表—2 に Pareto 解群を対象として Spread Sheet 上に構築したトレードオフツールによる結果の一例として Bmin 規準による解を示す。目的 V および U の理想点を 0.0、目的 V の希求水準を 60,000 に固定し、目的 U の希求

水準( $U_a$ )を変化させた。ほとん

どの  $U_a$  において Bmin 規準と Zmin 規準による解は一致した。Pareto 解群の連続性が強いと考えられる。 $U_a = 0.19$  と  $0.27$  では解が異なったため上段に Zmin 規準による解を示す。いずれも Bmin 規準のほうが満足度  $Z_v$  と  $Z_u$  の差が小さく、満足度の均一化の点で Zmin 規準より妥当な解と判断できる。この結果によって Bmin 規準によるトレードオフが可能であると判断できる。

参考文献 1) 亀廻井寿明ほか: 構造最適設計のための改良型満足化トレードオフ法に関する研究, 土木学会論文集, 第 441 号, 1992. 2) 三原徹治ほか: 満足化トレードオフ法に基づく離散的 2 目的最適塑性設計に関する基礎的考察, 構造工学論文集, Vol.38A, 1992. 3) 三原徹治ほか: 満足度をベースとする離散的 2 目的最適化問題の最適性規準に関する基礎的研究, 第 7 回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集, 2001. 4) Chunlu LIU et.al.: Lifecycle Management of Network-level Bridges, NUCE Research Report, No.9703, 1997.

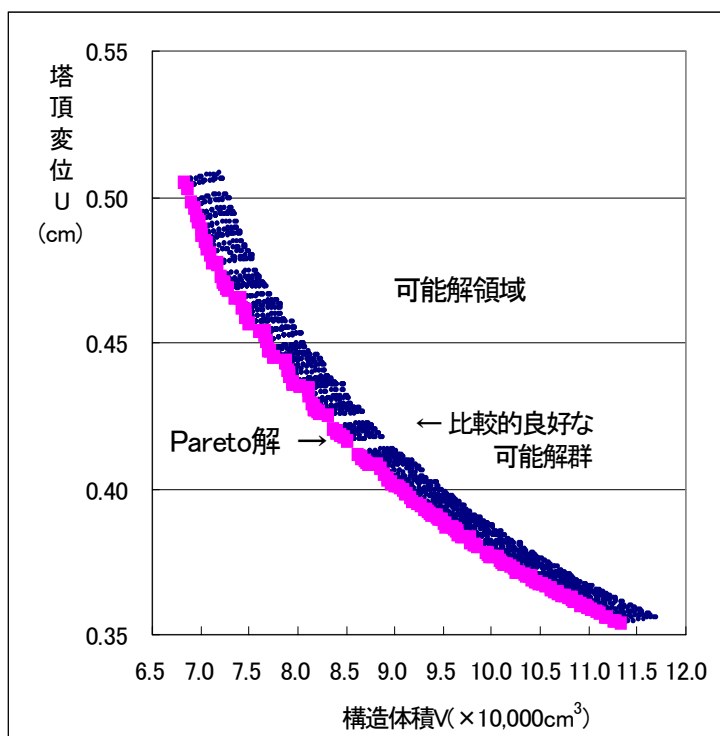


図 - 2 列挙法による Pareto 解群

表 - 2 目的 U の希求水準値 ~ Pareto 解

| 目的Uの<br>希求水準 | 構造体積<br>V(cm³) | 頂点変位<br>U(cm) | 設計変数のランク |    |    |    |    |    | 目的Vの<br>満足度 $Z_v$ | 目的Uの<br>満足度 $Z_u$ |
|--------------|----------------|---------------|----------|----|----|----|----|----|-------------------|-------------------|
|              |                |               | X1       | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 |                   |                   |
| ~0.18        | 113,367        | 0.3538        | 16       | 1  | 1  | 10 | 1  | 2  | 1.88945           | 1.96528           |
| 0.19         | 111,932        | 0.3560        | 16       | 2  | 2  | 10 | 1  | 2  | 1.86554           | 1.87342           |
|              | 112,495        | 0.3550        | 16       | 1  | 1  | 10 | 1  | 3  | 1.87492           | 1.86828           |
| 0.20         | 108,446        | 0.3613        | 16       | 2  | 2  | 10 | 1  | 4  | 1.80743           | 1.80646           |
| 0.21         | 104,825        | 0.3677        | 16       | 3  | 2  | 10 | 1  | 5  | 1.74709           | 1.75100           |
| 0.22         | 101,862        | 0.3738        | 16       | 4  | 2  | 10 | 1  | 6  | 1.69770           | 1.69889           |
| 0.23         | 98,504         | 0.3800        | 16       | 5  | 4  | 10 | 1  | 5  | 1.64174           | 1.65226           |
| 0.24         | 96,337         | 0.3858        | 16       | 3  | 4  | 10 | 1  | 7  | 1.60562           | 1.60748           |
| 0.25         | 93,790         | 0.3912        | 16       | 5  | 4  | 10 | 1  | 7  | 1.56316           | 1.56467           |
| 0.26         | 91,520         | 0.3973        | 16       | 6  | 4  | 10 | 1  | 7  | 1.52534           | 1.52803           |
| 0.27         | 89,253         | 0.4030        | 16       | 7  | 5  | 10 | 1  | 8  | 1.48756           | 1.49270           |
|              | 89,572         | 0.4020        | 16       | 6  | 5  | 10 | 1  | 8  | 1.49287           | 1.48904           |
| 0.28         | 87,336         | 0.4084        | 16       | 6  | 6  | 10 | 1  | 7  | 1.45560           | 1.45843           |
| 0.29         | 85,087         | 0.4162        | 16       | 8  | 6  | 10 | 1  | 7  | 1.41811           | 1.43530           |
| 0.30         | 83,982         | 0.4196        | 16       | 6  | 7  | 10 | 1  | 10 | 1.39970           | 1.39855           |
| 0.31         | 82,121         | 0.4261        | 16       | 8  | 6  | 10 | 1  | 9  | 1.36868           | 1.37462           |
| 0.32         | 81,123         | 0.4320        | 16       | 7  | 7  | 10 | 2  | 1  | 1.35205           | 1.34989           |
| 0.33         | 79,447         | 0.4363        | 16       | 9  | 9  | 10 | 1  | 10 | 1.32411           | 1.32220           |
| 0.34         | 77,550         | 0.4451        | 16       | 10 | 8  | 10 | 1  | 9  | 1.29250           | 1.30925           |
| 0.35         | 76,906         | 0.4477        | 16       | 9  | 9  | 10 | 2  | 1  | 1.28177           | 1.27924           |
| 0.36         | 76,032         | 0.4543        | 16       | 13 | 9  | 10 | 1  | 10 | 1.26721           | 1.26192           |
| 0.37         | 74,618         | 0.4597        | 16       | 9  | 11 | 10 | 2  | 1  | 1.24364           | 1.24236           |
| 0.38         | 73,506         | 0.4656        | 16       | 13 | 8  | 10 | 2  | 1  | 1.22510           | 1.22534           |
| 0.39         | 72,353         | 0.4704        | 16       | 12 | 11 | 10 | 2  | 1  | 1.20588           | 1.20625           |
| 0.40         | 71,237         | 0.4774        | 16       | 13 | 10 | 10 | 2  | 1  | 1.18728           | 1.19345           |
| 0.41         | 70,645         | 0.4823        | 16       | 12 | 13 | 10 | 2  | 1  | 1.17742           | 1.17639           |
| 0.42         | 69,984         | 0.4892        | 16       | 12 | 13 | 10 | 3  | 1  | 1.16640           | 1.16466           |
| 0.43         | 69,258         | 0.4964        | 16       | 11 | 16 | 10 | 2  | 1  | 1.15429           | 1.15436           |
| 0.44         | 68,597         | 0.5032        | 16       | 11 | 16 | 10 | 3  | 1  | 1.14328           | 1.14367           |
| 0.45~        | 68,286         | 0.5049        | 16       | 12 | 16 | 10 | 3  | 1  | 1.13810           | 1.12201           |