非線形反復法による構造形態の創生

広島大学 学生会員 ○石井 崇之 *1
広島大学 正会員 有尾 一郎 *1

1. はじめに

近年，グランドストラクチャー法[1)]や均質化法[2),3)]によって，構造物の最適形状を求める位相最適化問題が盛んに行われている．

本研究は，構造システム全体では幾何学的非線形性を持つ有限要素モデルを採用し，この部材要素内の局所ルールによって，部材の剛性を反復法によって，構造形態を決定させていく手法を提案する．すなわち，設計領域内に仮想的なトラスで離散化した上で境界条件や荷重条件を与え，この離散系の力の流れをもとに局所−マクロ的視点で構造形態を創生させていく．離散化最適構造例として設計領域を極座標に分割することにより，Michellのトラス解に酷似した解が得られ，この解析手法の信頼性の高さを示すことができた．これによって，構造物の形状レイアウト設計や材料配置問題に対して工学的に有用なデザインを検討でき，設計を支援するツールとしてその価値は高いものと思われる．

2. 反復法による形態形成

ある設計領域ΩをM部材からなる有限の設計変数

$$\boldsymbol{x}=\left(\cdots,x^{(m)},\cdots\right)^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^M \ \ \text{in} \ \ \Omega \tag{1}$$

で満たされるものとする．釣合方程式を

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{u},p,\boldsymbol{x})=\mathbf{0} \tag{2}$$

とする．ここに，$\boldsymbol{u}\in\mathbf{R}^N$は変位ベクトルを，$p\in\mathbf{R}$は荷重パラメータとする．最終的に，離散系の釣合式を満足する解$(\boldsymbol{u},p,\boldsymbol{x})$を求める．方程式(2)の釣合点の近傍で局所線形化を行うと，増分釣合式

$$J\tilde{\boldsymbol{u}}+\frac{\partial\boldsymbol{F}}{\partial p}\tilde{p}+\frac{\partial\boldsymbol{F}}{\partial\boldsymbol{x}}\tilde{\boldsymbol{x}}=\mathbf{0} \tag{3}$$

として表せる．ここでは，剛性行列の修正は各部材の応力応答のフィードバック系とし，これを釣合式に満たすように剛性をコントロール(剛性制御)する．部材応力は

$$\sigma_{\min}\le\sigma^{(m)}\le\sigma_{\max},\quad m=1,\cdots,M \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{(\nu)}=\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{u}_{(\nu)}\right),\quad \nu=0,1,\cdots\cdots\cdots \tag{5}$$

各部材の変形状態の関数とする．さらに，構造形態を決めていく設計変数も部材応力によって

$$\boldsymbol{x}_{(\nu+1)}=\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{\sigma}_{(\nu)}\right),\quad \nu=0,1,\cdots \tag{6}$$

と支配され，多元の非線形反復式

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}_{(\nu+1)}&=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{(\nu)})=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{f}(\cdots\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{(0)}))),\\&=\boldsymbol{f}^{\nu}(x_{(0)}),\quad \nu=0,1,\cdots\cdots\cdots\end{aligned} \tag{7}$$

として書ける．この研究では，応力や変位の制約条件をできるだけ単純なローカルルールを採用し，反復計算によって構造形態のコントラスト(レイアウト)を明確にしていく手段をとる．

3. 形態解析例

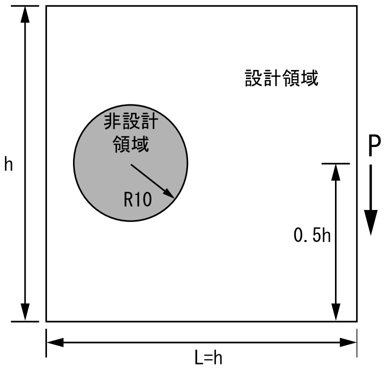
(1) Michellのトラス問題

構造の最適レイアウト問題を取り扱った最も古い研究の一つが1904年のMichellのトラス解である．設計領域を正方形領域として30×30に分割し，数値解析を行った．**図–2**に30×30分割の解析結果で得られた形態に働く応力分布の様相をピクセル表現とコンター表現で示す．領域内に働く応力の流れによって解析結果と同様の形態が浮き彫りとなった．

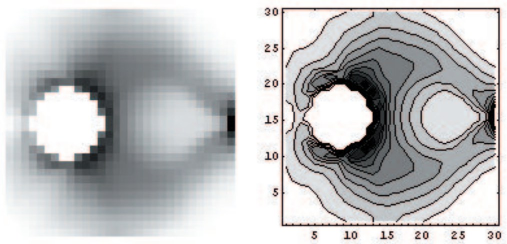
次にトラスの構成が異なるモデルとして，**図–3**に設計領域内を極座標で分割した格子トラス

[0] **key words :** Layout problems, ground structure method, structural optimization

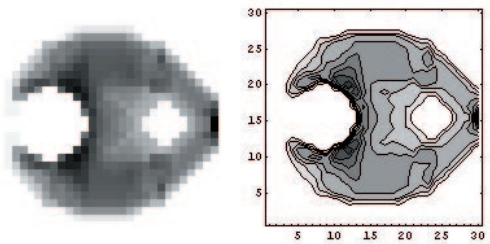
*1 〒739-8527 東広島市鏡山1-4-1



図– 1 The design area to analysis



(b) step 1



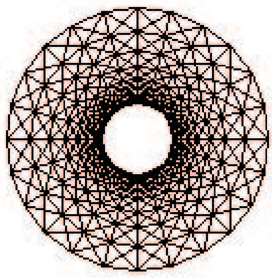
(c) step 4

図– 2 The analysis results by the view of the density and the counter

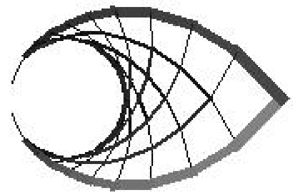
要素を挙げ，数値解析を行った．この結果は主応力線図によく一致し，Michell の解に酷似しており，本手法の妥当性が示せた．

(2)　3 次元コート掛け問題

これまでの問題は 2 次元の構造形態についての形成プロセスを取り扱ってきたが，ここでは，3 次元空間上のコート掛け問題にチャレンジする．この設計領域の自由度は $3 \times (7 \times 7 \times 11) = 1617$，部材数は 6740 から構成された縦横比 2 の設計領域を設定した上で，下面の 4 隅が固定され，上面中央点に水平力 p が作用する 3 次元コート掛けモデルを設定した．形態プロセス途中では，部材が減りすぎた部分が復活するといった過程も

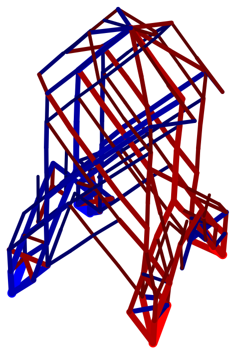


(a) Model

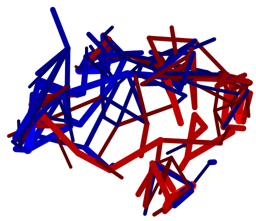


(b) Result

図– 3 Michell's model on the polar coordinate system



(a) step 8



(b) step 9

図– 4 The coat hanging problem on 3D

見られた．8 ステップ目で**図–4**(a) のような 4 本の足元が堅固に固められたロケット型の形態が現れた．この研究では，重量は意識していないが，部材数の面では少数化が実現できた．このトラスは荷重方向に対して丈夫な 3 面の骨組構造となったため，XZ 面と YZ 面に対する部材の配置が大きく異なった．しかし，9 ステップ目では解が特異となり，**図–4**(b) のようになった．

参考文献

1) Ringertz, U.T. :A branch and bound algorithm for topology optimization of truss structures, *Engng. & Optimization*, **10**, pp.111-124, 1986.
2) M. P. Bendsoe and N. Kikuchi : Generating Optimal Topologies in Structural Design using a Homogenization Method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.71, pp.197-224, 1988.
3) K. Suzuki and N. Kikuchi : A homogenization method for shape and topology optimization, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.93, pp.291-318, 1991.