

# 接触型探触子の作る波動場に関する順、逆解析

東京工業大学 学生会員 木村勇太  
 東京工業大学 正員 木本和志  
 東京工業大学 正員 廣瀬壯一

## 1. はじめに

固体中の欠陥を検出するための非破壊検査手法の一つである超音波探傷試験では、圧電体を利用した接触型の探触子が用いられることが多い。接触型の探触子では圧電体の振動を接触媒質を介して試験体に伝えることにより超音波の送受信が行われる。従来、探触子からの波動場の解析は、探触子と試験体間の接触圧を、空間的に一定な分布をもつ表面力に置き換えることにより行われてきた。しかしながら、探触子にはそれぞれ個性があり、また保持の仕方や接触媒質の厚さが変わると試験体と探触子の間の接触圧が変化し、結果として試験体中に作られる入射波動場も異なってくる可能性がある。そこで、本研究では探触子毎に適切な表面力分布を設定することができるよう、何点かで観測した変位データから逆のような表面力を推定するための逆解析手法の開発を行った。このような逆解析手法を開発するためには、対応する順問題、すなわち表面力を与えたときに形成される変位場を求める問題を解くことができなければならない。そこで、本研究では、はじめに Lamb の解を用いた順解析を行い半無限体中の波動場の特性について考察する。次に、逆解析法の定式化ならびにその解法について説明し、最後に数値解析結果を観測データとして用いた逆解析例を示す。

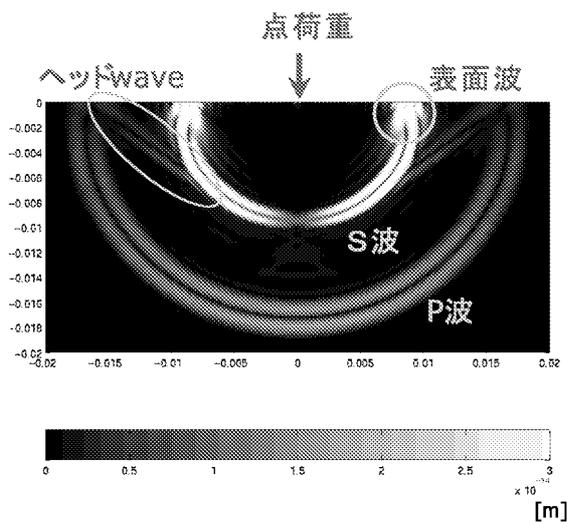


図-1 順解析結果  $t = 3.1(\mu s)$

## 2. 順解析

半無限弾性体に点荷重を作用させたとき、波動伝播の様子を解析する問題は Lamb の問題と言われ古くから研究されてきた。均質、等方な弾性体に対して原点に時間調和な鉛直方向の点荷重が作用する時次式のように厳密解が得られている<sup>1)</sup>。(z成分)

$$u_z(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi\rho c_T^2} \int_0^\infty [(2\xi^2 - k_T^2)e^{-\sqrt{\xi^2 - k_L^2}z} - 2\xi^2 e^{-\sqrt{\xi^2 - k_T^2}z}] \frac{\sqrt{\xi^2 - k_L^2}}{D(\xi)} J_0(\xi r) \xi d\xi \quad (1)$$

ここで  $k_L, k_T$  はそれぞれ縦波、横波の波数であり、 $c_T$  は横波の波速である。 $\rho$  は媒体の密度、 $J_0$  は 0 次のベッセル関数である。(1) 式を計算することで任意の観測点  $\mathbf{x} = (r, z)$  での変位を得ることが出来る。また、問題の対称性から半径  $r'$  のリング状領域に  $\delta(r-r')/2\pi r$  のように表面荷重を作用させた時の解  $U_z(\mathbf{x}, r')$  も式 (1) を求めたのと同様な方法で得ることが出来る。

$$U_z(\mathbf{x}, r') = \frac{1}{2\pi\rho c_T^2} \int_0^\infty h(\xi, \mathbf{x}) J_0(\xi r') d\xi \quad (2)$$

式 (2) で  $h(\xi, \mathbf{x})$  は式 (1) の被積分関数である。この解を用いれば z 軸に関して対称な任意の表面力分布  $q(r)$  を作用させた時の解は次式ようになる。

$$u_z(\mathbf{x}) = \int_0^a q(r) U_z(\mathbf{x}, r) dr \quad (3)$$

ここで  $a$  は表面力の分布域の半径である。

順解析例としてここでは点荷重を作用させたときの変位場  $|u|$  を図 1 に示す。ここでは入射波として 2.0MHz の sin 波 1 波を用い、式 (1) の時間調和な解と FFT により畳み込むことで時間域での解を得ている。図のように観測点の位置によっては Headwave や表面波の影響がない領域もあり、後の逆解析には観測点をそのような領域に取り、縦波のみを抽出して逆解析を行っている。

## 3. 逆解析

探触子による表面力  $q(r)$  を

$$q(r) = \sum_{j=1}^{Na} Q_j \phi_j(r) \quad (4)$$

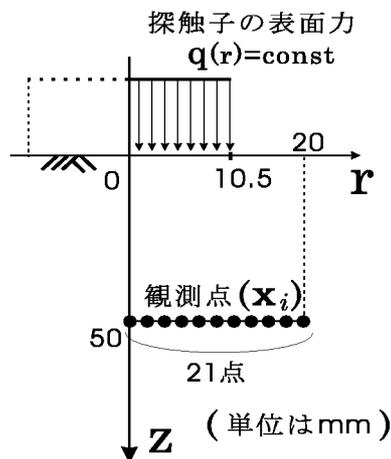


図-2

と  $Na$  個の内挿関数  $\phi_j$  と未知数  $Q_j$  を用い離散化する。また  $\phi_j$  には次のような矩形関数を用いる。

$$\phi_j(r) = H(r - r_{j-1}) - H(r_j - r) \quad (5)$$

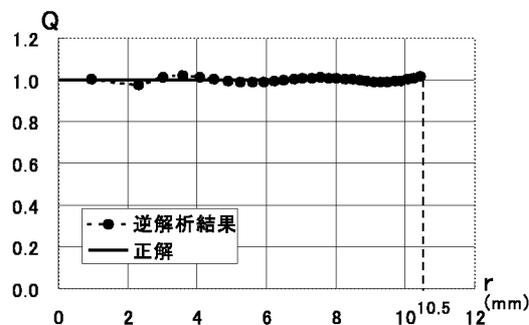
ここに  $H(r)$  は heaviside step 関数である。式 (4)、式 (5) を式 (3) に代入すれば

$$u_z(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^{Na} Q_j \underbrace{\int_{r_{j-1}}^{r_j} U_z(\mathbf{x}_i, r) dr}_{A_{ij}} \quad (6)$$

を得る。式 (6) 中の積分を  $A_{ij}$  とすれば、式 (6) は次のような連立方程式の形で書くことができる。

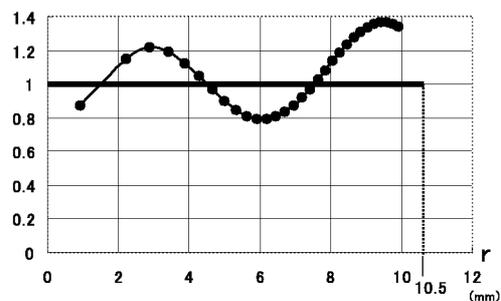
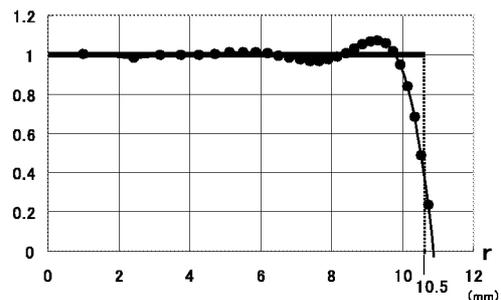
$$u_z(\mathbf{x}_i) = A_{ij} Q_j \quad (7)$$

ここで観測点の個数  $Nx$  を  $Nx > Na$  となるようにとり、優決定な連立方程式とすれば、最小 2 乗法的意味での最良の解  $Q_j$ 、すなわち接触圧分布を得ることが出来る。ここでは連立方程式の解法には特異値分解を用いた<sup>2)</sup>。

図-3 逆解析結果 ( $a=10.5\text{mm}$ )

#### 4. 解析結果と考察

ここでは理想的な状態での逆解析の精度を調べるため、 $q(r) = \text{一定}$ を与えた時の図 2 の 21 点の観測点で

図-4  $a=10\text{mm}$  で逆解析図-5  $a=11\text{mm}$  で逆解析

のそれぞれ 1.9、2.0MHz の周波数における変位を式 (3) によって計算し合計  $Nx = 21 \times 2$  個の観測データを式 (7) の左辺に代入して逆解析を行った。未知係数  $Q_j$  の数は  $Na = 30$ 、表面力の半径  $a$  は 10.5mm とした。このときの解析結果を図 3 に示す。逆解析結果が正解によく一致しており、この場合逆解析により元の  $q(r)$  がよく再現できていると言える。ここで示したような逆解析を行うには、未知係数の数、内挿関数の種類などを決める必要があり、その選定が解析結果に大きく影響を及ぼす可能性がある。また  $q(r)$  の正確な分布域も実際には未知であるため、そのような条件の一つとして考えられる。そこでここでは  $q(r)$  の分布域の径  $a$  を変化させて逆解析を行い、その影響について検討する。 $a=10\text{mm}, 11\text{mm}$  に対して逆解析した結果を図 4、図 5 に示す。図 4 の方は径を小さくしたゆえに  $Q$  がゆれながら大きくなっているのが分かる。図 5 の方は径を大きくした部分で  $Q$  が落ちていく。この比較より径を小さくするよりか径を大きくとって逆解析を行ったほうが精度よく逆解析が行えると予測される。

#### 5. まとめ

いくつかの観測点データからその発生源である表面力分布を求める逆解析手法の定式化を行い、数値解析結果を観測データとし逆解析を行った。

#### 参考文献

- 1) J.D.Achenbach, *Wave Propagation in Elastic Solids*, North-Holland Pub., Amsterdam, 1973.
- 2) W.H. Press et al., *Numerical Recipes in C*, 技術評論社, 1999.