

複数欠陥を有する薄肉平板の動的応答問題に関する基礎的研究

東海大学大学院 学生会員 ○小倉 洋一
東海大学海洋学部 正会員 川上哲太郎

1. はじめに

薄肉の鋼製部材等にクラックや腐食などによる欠陥が存在する場合、繰り返し荷重や地震などの予想外の荷重を受けた際、構造物の倒壊など致命的な損傷の一因となる可能性を有している。このような構造系の破壊を未然に防ぐためには、非破壊検査等により事前に部材内の欠陥の存在を検知し、適切な処置を施しておく必要がある。

そこで本研究では、非破壊検査の1つの手法として、構造部材に振動を与え、その振動特性より欠陥の検知を行うことを考え、その理論的評価を目的として、欠陥を有する薄肉平板の動的応答問題を境界要素法により解析を行った。特に本論文では、著者らがこれまで行なってきた、単一欠陥に対する解析手法¹⁾を複数欠陥が存在する場合に拡張した結果を報告する。

2. 境界要素法による数値解析手法^{2), 3)}

時間調和振動点 $p(\mathbf{X})$ を有する薄肉平板の運動方程式は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} (\Delta^2 - \lambda^4)u(\mathbf{X}) &= p(\mathbf{X})/K \\ \lambda^4 &= \omega^2 \rho h / K, \quad K = Eh^3/12(1-\nu^2) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 Δ :ラプラシアン、 ρ :密度、 h :厚さ、 ν :ポアソン比、 E :ヤング率、 $u(\mathbf{X})$:たわみである。

次に、図1に示すような領域を定義する。 D は無有限平板内に存在する欠陥の領域、 D_+ は無有限平板の内部領域、 $\partial D_{1, \dots, n}$ は欠陥の境界、 \mathbf{X} は D_+ 内の点、 \mathbf{Y} は D_+ 内の点、 \mathbf{x} 、 \mathbf{y} は $\partial D_{1, \dots, n}$ 上の点、 \mathbf{n} は単位法線ベクトル、 \mathbf{s} は単位接線ベクトルを表す。

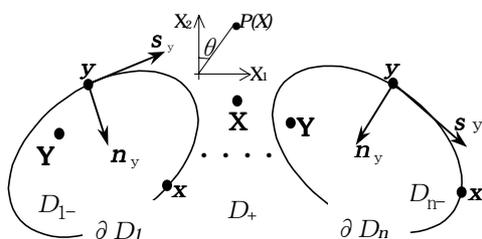


図1 領域、単位法線ベクトル等の定義

図1に示す複数欠陥を有する平板に対する Green

の外部問題におけるたわみに関する積分方程式及び境界積分方程式は次のように表される。

$$\begin{aligned} & - \int_{D_+} U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \frac{p(\mathbf{Y})}{K} dA_Y \\ & - \int_{\partial D_{1, \dots, n}} [U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \{ \mathbf{V}_n u(\mathbf{y}) \} + \{ \partial_{n_y} U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \} \{ \mathbf{M}_n u(\mathbf{y}) \}] \\ & + \{ \mathbf{M}_{n_y} U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \} \{ \partial_n u(\mathbf{y}) \} - \{ \mathbf{V}_{n_y} U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \} \{ u(\mathbf{y}) \}] ds_y \\ & = -u_p(\mathbf{X}) - [\mathbf{S}(\mathbf{V}_n u)](\mathbf{X}) + [\mathbf{D}(\mathbf{M}_n u)](\mathbf{X}) - [\mathbf{M}(\partial_n u)](\mathbf{X}) + [\mathbf{V}(u)](\mathbf{X}) \\ & = \begin{cases} u(\mathbf{X}) & \mathbf{X} \in D_+ \\ C_1^+ u(\mathbf{x}) \quad (=1/2u(\mathbf{x})) & \mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D_{1, \dots, n} \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

同様に Green の外部問題におけるたわみ角に関する式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} & - (\partial_{n_x} u_p)(\mathbf{X}) - [\partial_{n_x} \mathbf{S}(\mathbf{V}_n u)](\mathbf{X}) + [\partial_{n_x} \mathbf{D}(\mathbf{M}_n u)](\mathbf{X}) \\ & + [\partial_{n_x} \mathbf{M}(\partial_n u)](\mathbf{X}) - \partial_{n_x} [\mathbf{V}(u)](\mathbf{X}) \\ & = \begin{cases} \partial_{n_x} u(\mathbf{X}) & \mathbf{X} \in D_+ \\ C_2^+ \partial_{n_x} u(\mathbf{x}) \quad (=1/2\partial_{n_x} u(\mathbf{x})) & \mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D_{1, \dots, n} \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{M}_n 及び \mathbf{V}_n は曲げモーメント及びせん断力に関する演算子であり、 U は基本解である。基本解 U は第一種0次ハンケル関数 $H_0^{(1)}$ を用いて具体的に次式のように表される。

$$U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) = -\frac{i}{8\lambda^2} [H_0^{(1)}(\lambda r) - H_0^{(1)}(i\lambda r)] \quad (6)$$

ここで、自由境界 $\partial D_{1, \dots, n}$ 上での境界条件は、曲げモーメント及びせん断力が0であることから次のように与えられる。

$$\mathbf{M}_n u(\mathbf{x}) = \mathbf{V}_n u(\mathbf{x}) = 0 \quad \mathbf{x} \in \partial D_{1, \dots, n} \quad (7)$$

次に式(3)、(5)に示される境界積分方程式を式(7)の境界条件のもとに解くために、境界を離散化し数値積分を行い連立一次方程式に変換する。最終的に解くべき連立一次方程式は、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{M} & (\mathbf{I}/2 + \mathbf{V}) \\ -(-\mathbf{I}/2 + \partial_n \mathbf{M}) & \partial_n \mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial_n \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

3. 数値計算結果

平板の物性値を $E=200\text{kN/mm}^2$, $\nu=0.25$, $\rho=7.85\text{t/m}^3$, $h=1.0\text{mm}$ と設定し、平板内の任意の位置に調和振動する点荷重を置いて解析を行なった。

キーワード：薄肉平板・波動散乱問題・動的応答・欠陥・非破壊評価・境界要素法

連絡先 (〒424-8610 清水市折戸 3-20-1, TEL0543(34)0411 FAX0543(34)9768, yoguray@deneb.freemail.ne.jp)

図3に、振動荷重の角速度 $100(\text{rad/s})$ 、長径 $1.0(\text{cm})$ 、短径 $0.1(\text{cm})$ の単一の楕円欠陥が存在する場合のたわみの応答倍率分布を示す。入射角度 0° の図(a)では、欠陥前方に応答倍率の高い領域が現れ、欠陥後方に応答倍率の低い領域が現れていることがわかる。しかし、入射角度 90° の図(b)では、欠陥前後での応答倍率の高低差は明確に現れていない。

図4は、長径 $1.0(\text{cm})$ 、短径 $0.1(\text{cm})$ の同形の2つの楕円形欠陥を平行に配置した場合の解析結果である。図(a),(c)は欠陥の中心点間距離を $0.3(\text{cm})$ 、(b),(d)は、 $1.2(\text{cm})$ とした。

これも、図3と同様に、入射角度 0° の図(a)、(b)では、波源方向に対して前方にあるクラックの前方に応答倍率の高い領域が現れ、波源方向に対して後ろにあるクラックの後方に応答倍率の低い領域が現れている。

入射角度を 90° とした、図(c)、(d)では、クラック前方には、応答倍率の高い領域は現れないが、図(d)において、クラックの後方に応答倍率の高い領域が現れていることがわかる。これより、ある程度の離間距離があれば、波源位置を変化させることにより複数欠陥の同定ができるものと考えられる。

図5は、図4と同様な楕円形欠陥であり、楕円の配置位置角度を 120° とし、欠陥の中心点間距離 $2.1(\text{cm})$ 、角速度を変化させた場合の解析結果である。

入射角度 0° で角速度 100 および $50(\text{rad/s})$ の図(a)、(b)では、クラックの前方に応答倍率の高い領域が現れる。

入射角度 90° の図(c)、(d)では、それぞれのクラックの後方に、応答倍率の高低差が現れている。また、図(d)の角速度 $50(\text{rad/s})$ の場合では、比較的応答倍率の高低差が明確に現れている。

しかしながら、クラックの形状及び個数を同定するにははたっていない。

参考文献

- 1) 藤田覚, 小倉洋一, 川上哲太郎: 薄肉平板内欠陥検知のための動的応答解析手法に関する基礎的研究、平成12年度土木学会中部支部研究発表会講演概要集、I-42, pp97-98, 2001.
- 2) KITAHARA MICHIMIRO: APPLICATIONS OF BOUNDARY INTEGRAL EQUATION METHOD TO EIGENVALUE PROBLEMS OF ELASTODYNAMICS AND THIN PLATES, 京都大学学位論文, pp. 207-231, 1984.
- 3) 川上哲太郎: 欠陥を有する薄肉平板の動的応答問題に関する基礎的研究、第55回年次学術講演会公演概要集、I-A042, 2000.

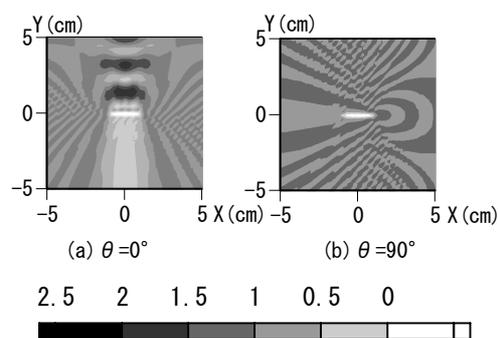


図3 単一欠陥周辺におけるたわみの応答倍率 ($|u|/|u^i|$) 分布 ($\omega=100.0(\text{rad/s})$)

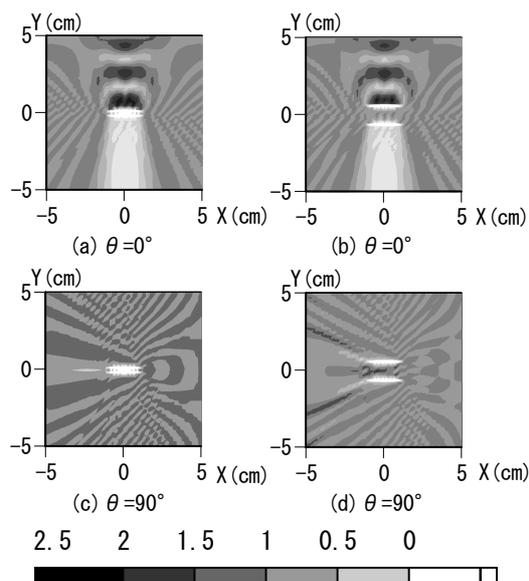


図4 平行配置された2つの欠陥周辺におけるたわみの応答倍率 ($|u|/|u^i|$) 分布 ($\omega=100.0(\text{rad/s})$)

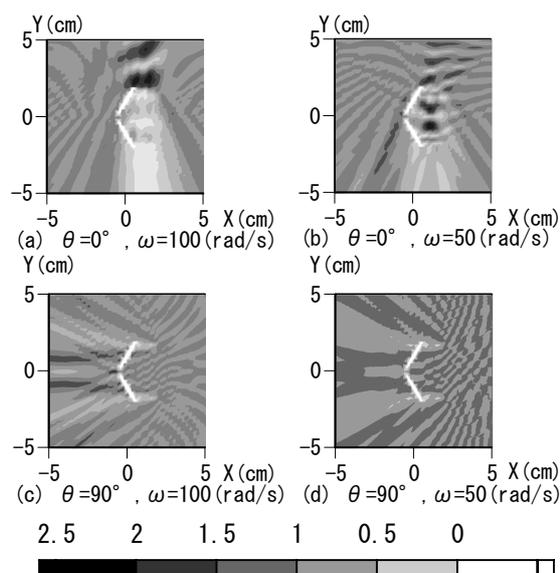


図5 配置角度 120° の2つの欠陥周辺におけるたわみの応答倍率 ($|u|/|u^i|$) 分布