離散的近似解法による積層偏平シェルの弾塑性曲げ解析

長崎大学 大学院 学生会員 ○ 木下 正幸 長崎大学 工学部 正会員 森田 千尋
長崎大学 工学部 正会員 松田 浩 長崎大学 工学部 正会員 崎山 毅
長崎大学 工学部 正会員 黄 美

1 はじめに

軽量，比強度，比剛性に優れたFRP(繊維強化型プラスチック) を積層状にした積層構造は，強い異方性を示し，有利な材料設計が可能である。また，その高耐久性から土木の分野でも注目されつつある。

そこで本研究では，繊維強化型複合積層板にわずかな曲率をつけた積層偏平シェルに関して，弾塑性曲げ解析における離散的近似解法 1) の実用性を検証し， Hill2) の降伏条件式を用いた積層偏平シェルの弾塑性曲げ挙動を明らかにすることを目的としている。

2 基礎理論

図 1 に示すような積層偏平シェルに増分荷重を載荷したときの力の釣り合いから，基礎微分方程式が求められる。この基礎微分方程式の断面力，変形に関して無次元量を導入し，それぞれを領域において面積分した後，積分方程式に変換する。これに積分方程式の近似解法を応用すると，離散解は次式で表される。

$$\Delta X_{pij} = \sum_{d=1}^{10}\left(\sum_{f=0}^{i} a_{pijfd}\Delta X_{rf0} + \sum_{g=0}^{j} b_{pijgd}\Delta X_{s0g}\right) + \Delta q_{pij} \qquad (1)$$

ここに， ΔX_{rf0} および ΔX_{s0g} は境界条件から決定される積分定数であり, a_{pijfd}，b_{pijgd} は断面形状を伝えるマトリックス， Δq_{pij} は荷重項である。

次に，弾塑性状態での積層偏平シェルの応力 – ひずみ関係は k 番目の層については,

$$\left\{\begin{array}{c}\Delta\sigma_x\\ \Delta\sigma_y\\ \Delta\tau_{xy}\end{array}\right\}_k = \left[\begin{array}{ccc}\overline{Q}_{ep11} & \overline{Q}_{ep12} & \overline{Q}_{ep16}\\ \overline{Q}_{ep12} & \overline{Q}_{ep22} & \overline{Q}_{ep26}\\ \overline{Q}_{ep16} & \overline{Q}_{ep26} & \overline{Q}_{ep66}\end{array}\right]_k \left\{\begin{array}{c}\Delta\varepsilon_x\\ \Delta\varepsilon_y\\ \Delta\gamma_{xy}\end{array}\right\}_k \qquad (2)$$

となる。ここで,

$$[\overline{Q}_{ep(ij)}]_k = \overline{Q}_{(ij)k} - \frac{\overline{Q}_{(ij)k}a_k a_k^t \overline{Q}_{(ij)k}}{A_k + a_k^t \overline{Q}_{(ij)k} a_k} \qquad (3)$$

$$a_k^t = \frac{\partial\sigma_{eq}}{\partial\sigma_k}\ , \qquad A_k = H_k' = \frac{d\bar{\sigma}_k}{d\bar{\varepsilon}_k^p} \qquad (4)$$

である。なお A_k はひずみ硬化率であり，本解析では $A_k = 0$ としている。

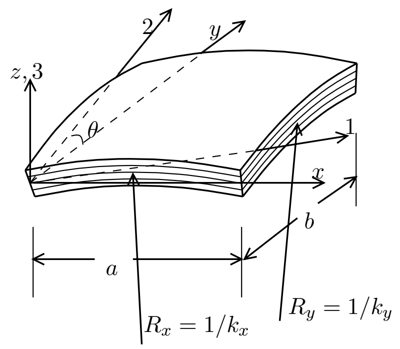

図 1：積層偏平シェルの直交異方性主軸

また，断面力に関しては図 2 の様に板厚の中心から z 軸をとり，層と層の境界面を $z_0, z_1, ..., z_N$ とする。積層板では各層ごとに応力が異なるため，応力を板厚方向に積分し，

$$(\Delta N_x, \Delta N_y, \Delta N_{xy}) = \sum_{k=1}^{N}\int_{z_{k-1}}^{z_k}(\Delta\sigma_x^{(k)}, \Delta\sigma_y^{(k)}, \Delta\tau_{xy}^{(k)})dz \qquad (5)$$

$$(\Delta M_x, \Delta M_y, \Delta M_{xy}) = \sum_{k=1}^{N}\int_{z_{k-1}}^{z_k}(\Delta\sigma_x^{(k)}, \Delta\sigma_y^{(k)}, \Delta\tau_{xy}^{(k)})zdz \qquad (6)$$

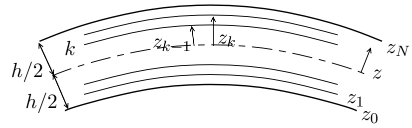

図 2：基準線

と定義する。ここで肩カッコの (k) は k 番目の層を示している。

本研究では，異方性材料の降伏条件として，以下に示す Hill の降伏条件式を用いる。

キーワード FRP，積層偏平シェル，離散的近似解法，弾塑性
連絡先 〒 852–8521 長崎市文教町 1–14 TEL 095–847–1111 FAX 095–843–7464

$$\left(\frac{\sigma_L}{F_L}\right)^2-\frac{\sigma_L\sigma_T}{F_L^2}+\left(\frac{\sigma_T}{F_T}\right)^2+\left(\frac{\tau_{LT}}{F_{LT}}\right)^2=1 \qquad (7)$$

なお，F は降伏応力で，添字の L は繊維方向，T は繊維直角方向である。

3 解析結果および考察

表 1: グラファイト / エポキシ材の材料特性及びシェルの諸元

弾性係数	:	$E_L=25\times10^6psi$ (172.4GPa)	$E_T=10^6psi$ (6.89GPa)
せん断弾性係数	:	$G_{LT}=0.5\times10^6psi$ (3.45GPa)	$G_{TT}=0.2\times10^6psi$ (1.38GPa)
降伏応力	:	$F_L=25.0ksi$ (172.4MPa)	$F_T=5.0ksi$ (34.5MPa)
		$F_{LT}=3.5ksi$ (24.1MPa)	
ポアソン比 / 板厚比	:	$\nu_{LT}=0.25$	$a/h=50$
無次元量パラメータ	:	$P=a^2/M_p\times q$	$W=D/a^2M_p\times\delta_c$
塑性モーメント	:	$M_p=F_Th^2/4$	
曲率	:	$ak_x=ak_y=0.5$(E.P.), $ak_x=0.5, ak_y=0.0$(C.), $ak_x=-ak_y=0.5$(H.P.)	

数値解析例として用いた積層偏平シェルは，$0°$ と $90°$ の層のみから成るクロスプライ積層偏平シェルであり，材料特性としては表 1 に示すグラファイト / エポキシ材を仮定している。

まず，本解法の収束性及び精度を明らかにするために，等分布荷重を受ける四辺単純支持 (ピン) された 5 層の積層偏平 E.P. シェルの 4 分の 1 部分において，x, y 方向の分割数を 3, 4, 5 分割，板厚方向の分割数を 10 分割とし，本解析解と FEM 解析による解との比較を行った。図 3 には中央点に関する荷重 – たわみ曲線を示し，解析値を曲線で，FEM による解をプロットで示している。本解析値は x, y 方向の分割数を上げることで FEM 解析による解とほぼ一致してくることを確認できた。

つづいて，シェルの曲面形状が弾塑性曲げ挙動に及ぼす影響を調べるため，前述の 5 層の積層偏平シェルに関して，E.P.(楕円放物線)，C.(円筒)，H.P.(双曲放物線) シェルの中央点に関する荷重 – たわみ曲線を図 4 に示す。図より，剛性は C. シェルが最も弱く，E.P.，H.P. シェルの挙動は初期降伏点までほぼ同じである。塑性域が進展していくと，E.P. シェルはたわみが大ききなっていくのに対し，H.P. シェルではさほど大きくならない。

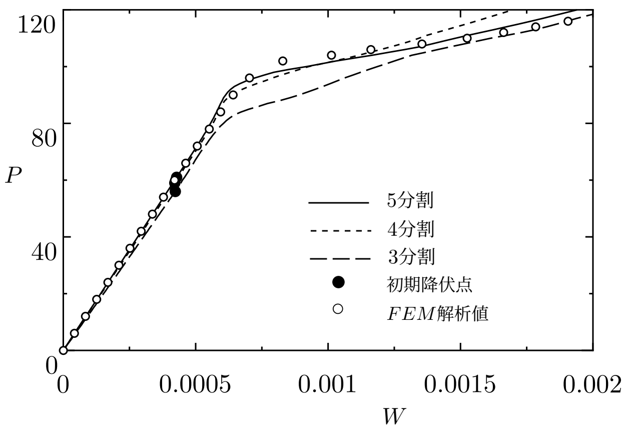

図 3：積層偏平 E.P. シェルの荷重 – たわみ曲線

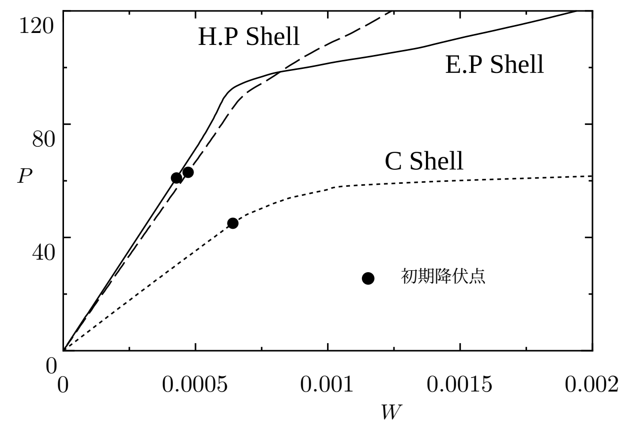

図 4：曲面形状の違いによる荷重 – たわみ曲線

4 あとがき

本解法に基づく解析結果と既往の数値解との比較を行った結果，本解法は積層偏平シェルの弾塑性曲げ解析においても有効であることが言える。今後は，境界条件，曲率，積層数や積層順序などのパラメータが弾塑性挙動に与える影響について明らかにしていく予定である。最後に数値計算を行って戴いた，神谷幸祐君，坂口宗則君に謝意を表します。

[参考文献] 1) 松田浩，森田千尋，崎山毅，西村一朗：積層偏平シェルの弾性曲げ解析，構造工学論文集，Vol.40A，pp.99–109, 1994 2) R. Hill : A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol.193, pp.281–297, 1948