

# 階層型解析手法の建築物動的解析への適用

東北大学大学院 学生員 ○ 生出 佳  
 東北大学 正会員 寺田 賢二郎  
 東北大学 正会員 市村 強

## 1. はじめに

建築物の動的解析には、多質点系モデルやロッキングスエイモデルなどの簡易なモデルから、連続体要素による詳細なモデルまで、様々な解析モデルが提案され、用いられている。このうち、簡易なモデルを用いると、計算負荷はかからないが、精度・分解能が落ちてしまう。一方、詳細なモデルでは高精度・高分解能な解析を行うことができるが、計算負荷が膨大となり、解析が困難になる場合もある。解析の高精度化・高分解能化のためには、この計算負荷を大幅に軽減することが必要とされる。そこで、本研究では、この膨大な計算負荷を軽減するために、階層型解析手法を拡張し、建築物の動的解析に適用するための基礎的な検討を行った。

## 2. 階層型解析手法

階層型解析手法は、解析モデル全体（グローバルモデル）を低分解能で扱う解析と解析モデルの一部（ローカルモデル）を高分解能で扱う解析を、数学的に関係付けて、解析の効率化を図るものであり、大幅に計算量を軽減することができる。本研究における階層型解析では、

1. 解析モデルの各部分の要素（ローカル要素）の高分解能な情報から質量、剛性などの材料特性を作成し、これを解析モデル全体を構成する粗い要素（グローバル要素）の材料特性とする。
2. そして、このグローバル要素を用いて解析モデル全体の挙動を計算する。

これは、従来からある複雑な構造物を多自由度系の問題に帰着するアプローチを厳密化したものであると捉えることもできる。

## 3. 定式化

本研究で提案している階層型解析手法の定式化を示す。簡単のため、例を示しながら平面問題について考える。ここで解くべき問題は、図-1 (a) にしめす複雑な構造をもつビルのようなモデルだとする。このモデルをここでは詳細モデルと呼ぶ。より複雑な問題に関しても本手法は適用可能であるが、このビルの一部屋一部屋を、図-1 (c) に示すような単一の構造であるとモデル化した。ここでは、この各部屋毎のモデルをローカルモデルと呼ぶ。一般にこのような詳細モデルをそのまま解析しようとする計算量が膨大となってしまう。そのため、このような詳細なモデルから材料特性及び幾何形状などの性質を抽出して、図-1 (b) のような粗い分解能のモデル（グローバルモデル）を再構成して振動解析などを加えることが一般的である。本論文では、この「このような詳細なモデルから材料特性及び幾何形状などの性質を抽出して、粗い分解能のモデルを再構成する」手法を階層型解析手法に基づき提案している。

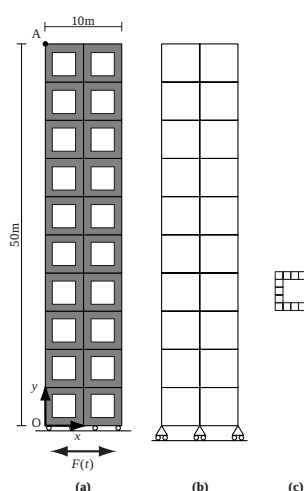


図-1 詳細モデルとグローバルモデルとローカルモデル

本解析手法によって設定されるグローバルモデルの要素  $e$  の動的問題に対する運動方程式は、一般的な動的問題の運

**Key Words:** 動的有限要素法解析, 階層型解析

〒 980-8579 仙台市青葉区新巻字青葉 06 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 Tel.022-217-7420 Fax.022-217-7418

動方程式と同様に，次式で表される．

$$M_e \ddot{d}_e + C_e \dot{d}_e + K_e d_e = F_e \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに， $M_e$  は質量マトリックス， $C_e$  は減衰マトリックス， $K_e$  は剛性マトリックス， $\ddot{d}_e$ ， $\dot{d}_e$ ， $d_e$  は加速度ベクトル，速度ベクトル，変位ベクトル， $F_e$  は外力ベクトルである．質量マトリックスは，集中質量マトリックスとし，グローバル要素に含まれるローカル要素の質量平均をとって各節点に分布させた．減衰マトリックスは，質量比例型とし，減衰定数は5%とした．

ここで，精度よく「このような詳細なモデルから材料特性及び幾何形状などの性質を抽出して，粗い分解能のモデルを再構成する」ためには，剛性マトリックスの生成のさせ方に注意を払う必要がある．準静的問題を仮定し剛性マトリックスはローカル要素を用いて次のように作成する．準静的問題において仮想仕事の原理により与えられるグローバル要素  $e$  についての変分方程式は，

$$\int_{\Omega_e} (\partial \delta u)^T D \partial u dv = \int_{\partial \Omega_e} (\delta u)^T t ds \quad (2)$$

$$\forall \delta u \in V$$

$u$  は変位関数ベクトルであり，形状関数  $N_e$  を用いて変位ベクトル  $d_e$  と  $u_e = N_e d_e$  の関係がある． $\partial u$  は試験関数， $D$  は弾性定数テンソル， $t$  は境界上に与えられる応力ベクトル， $\Omega_e$  は要素の領域， $\partial \Omega_e$  は要素の境界を表し，さらに，

$$\partial = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial y \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix}$$

である．各変数がグローバル要素のものであることを  $(\cdot)^0$  により表し，ローカル要素のものであることを  $(\cdot)^1$  で表すことにする．今，変位関数  $u$  が以下のように分解できるものとする．

$$u = u^0 + u^1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

このとき，グローバル要素  $e$  の要素剛性方程式は

$$K_e d_e^0 = F_e^0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

により求められ，剛性マトリックス  $K_e$  が次のように得られる．

$$K_e = K_e^{00} - K_e^{01} [K_e^{11}]^{-1} K_e^{10} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$K_e^{00} = \int_{\Omega_e} (B_e^0)^T D B_e^0 dv$$

$$K_e^{01} = \int_{\Omega_e} (B_e^0)^T D B_e^1 dv = K_e^{10}$$

$$K_e^{11} = \int_{\Omega_e} (B_e^1)^T D B_e^1 dv$$

$$F_e^0 = \int_{\partial \Omega_e} (N_e^0)^T t ds$$

ここに， $B_e$  はBマトリックス， $N_e$  は形状関数である．

剛性マトリックスの作成に当たって，準静的問題を仮定したのは，建築物の動的挙動で支配的となる周波数領域がたかだか10[Hz]程度までの低周波領域であるためである．

#### 4. 計算例

本論文で示した階層型解析手法の有効性・妥当性を検証するために数値計算を行った．解析対象は，コンクリート製の10階建てのビルを考え，図-1(a)のようにモデル化した．弾性係数は  $2.8 \times 10^4 \text{ MN/m}^2$ ，ポアソン比は0.2，単位体積重量は  $23 \text{ kN/m}^3$  とする．グローバルモデルの要素のメッシュサイズは5mとし，図-1(b)に示すように，33節点20要素に離散化した．ローカルモデルの要素のメッシュサイズは1mとし，グローバルモデルの要素の1要素を図-1(c)に示すように32節点16要素に分割した．このメッシュサイズで低周波領域に対して十分な精度が得られる．また，本手法の妥当性を検証するために，ローカルモデルの要素と同じメッシュサイズを持つ要素で図-1(a)に示す詳細モデルを離散化し参照解を作成した（481節点320要素）．最下面の鉛直方向は固定とし，外力  $F(t)$  を解析モデルの最下面に水平方向の強制変位として与えた．入力波として大崎スペクトルを用いて作成した模擬宮城沖地震動とsin波の2ケースについて検討した．両ケースとも，本解析手法によって得られた解と詳細モデルによって得られた解は良好に一致した．

#### 5. まとめ

動的問題を解析するための階層型解析手法を定式化し，本手法に基づいた建物の動的解析の結果と，詳細モデルに基づいた建物の動的解析の結果との比較から，本手法の妥当性・有効性を検証した．今後はより大自由度の問題に対し本手法の適用を図り，妥当性・有効性の検討をすすめていきたいと考えている．