

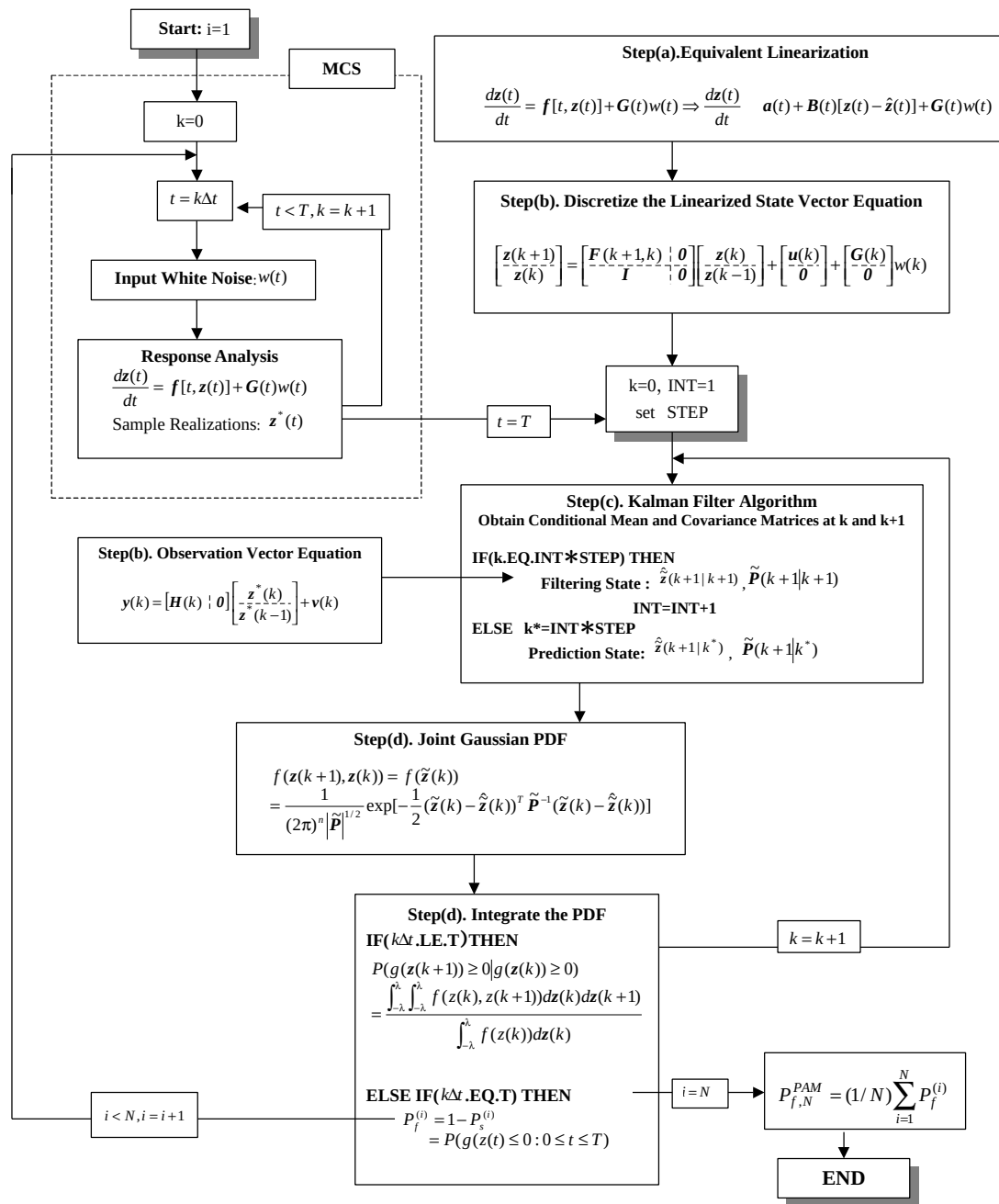
準解析解算定手法による動的非線形システムの信頼性解析

武蔵工業大学 正会員 丸山 收
武蔵工業大学 正会員 星谷 勝

1. はじめに

本研究では、非線形系にガウス過程でモデル化される外乱入力作用する場合に、外乱が作用している全継続時間中に応答値が規定された限界値を超える初期通過確率を効率的に算定することを目的としている。そして、初期通過確率を求めるために、数値的に得られた応答データを逐次取り込み、カルマンフィルタのアルゴリズムを併用した準解析解算定手法 (Pseudo Analytical Method)¹⁾を提案し、非線形1自由度系に適用した。

2. 初期通過確率の準解析解算定手法



図－1. 準解析解算定手法の流れ

キーワード 初期通過確率, カルマンフィルタ, 動的信頼性, モンテカルロ法

連絡先 〒158-8557 世田谷区玉堤 1-28-1, TEL 03-3703-3111 FAX 03-5707-2187

準解析法(PAM)による初期通過確率 P_f 算出までの計算の流れを図-1のフローチャートを用いて解説する。

Step(a)：非線形状態方程式を確率論的に等価な連続型の線形状態方程式に表現する。ただし、この段階では $\hat{z}(t)$ は未知量であり、本アルゴリズムの Step(c)により算出される。

Step(b)：連続型状態方程式を離散化し、漸化型の線形状態方程式に変換する。その際異なる k ステップと $k+1$ ステップの2時刻の状態ベクトルを考慮し、拡大系の状態ベクトル $\tilde{z}(k)=[z(k) \ z(k-1)]^T$ に対する状態方程式と観測方程式を作成する。

Step(c)：カルマンフィルタを用いて拡大状態ベクトルの最適推定値および共分散行列を求める。観測データは、システムの構造モデルである式(1)を用いて得られる応答が、変数で定義されるサンプリング間隔（以下 STEP とする）で観測されるものとする。したがって観測がなされた場合にはフィルタリングを行い、その他の場合には、予測アルゴリズムを適用する。

Step(d)：時刻 k と $k+1$ の結合ガウス確率密度関数 $f(z(k+1), z(k))$ を作成し、結合ガウス確率密度関数を安全または破壊領域において積分することで、サンプルごとの初期通過確率 $P_f^{(i)}$ を得ることができる。そして N サンプルセットに対する平均値を算出し、初期通過確率 $P_{f,N}^{PAM}$ を求める。

3. 数値計算例

本研究では、以下に示す非線形1自由度系を対象として解析例を示す。ここでは、非線形復元力特性として、式(2)に示す Bouc and Wen²⁾モデルを用いている。

$$\ddot{x}(t) + 2h\omega_0\dot{x}(t) + \omega_0^2\phi(\dot{x}(t), x(t)) = -w(t) \quad (1)$$

ここで、 $w(t)$ はガウス性ホワイトノイズである。

$$\phi(\dot{x}(t), x(t)) = A\dot{x} - \beta|\dot{x}|\phi(\dot{x}, x)|^{n-1} - \gamma x|\phi(\dot{x}, x)|^n \quad (2)$$

ここで、 A 、 β および γ は履歴特性をコントロールするパラメータである。

構造系の動特性は $h=0.05$ 、 $\omega_0=7.07(\text{rad/sec})$ 、 $A=1.0$ 、 $\beta=0.1$ 、 $\gamma=0.1$ および $n=1$ として与えた。また、入力波形は周波数帯域が 0.0 Hz から 10.0 Hz のガウス性ホワイトノイズ $N(0,122.5)$ として、時間刻み $\Delta t=0.01(\text{sec})$ 、継続時間 $T=10.0(\text{sec})$ の初期通過確率を評価することとした。

また性能関数はレベル λ を次式のように設定した。

$$\lambda_i = m\sigma_{z_i(t)}, \quad i=1,2,3 \quad (2)$$

ここで、 $\sigma_{z_i(t)}$ は、応答波形の標準偏差、 m は任意の整数である。

応答波形の標準偏差は、予め式(1)にモデルの諸元を与え、継続時間 $T=25.0(\text{sec})$ の応答計算を1回行い、得られた波形から算出されたものを用いることとした。また、モンテカルロシミュレーションを 10^6 回行い、得られた初期通過確率を対象とする構造系の初期通過確率の基準値（正解値）とすることとした。

図-3および図-4は、それぞれ観測波形を1000波用いた場合のPAMによる初期通過確率および標準偏差を示している。 $SD(P_{f,1000}^{PAM})$ は用いた波形数1000の逆数に対応した $1.0e-3$ 程度まで、ばらつきが見られる。これは、PAMがモンテカルロ法を援用していることに起因しているためであるが、図-4より平均値である $P_{f,1000}^{PAM}$ は、単純なモンテカルロ法による基準値と比較して良好な値となっている。

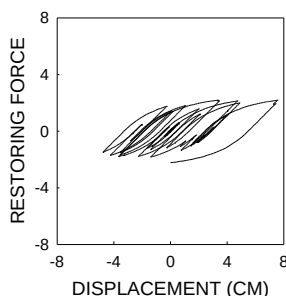


図-2 復元力特性の1サンプル

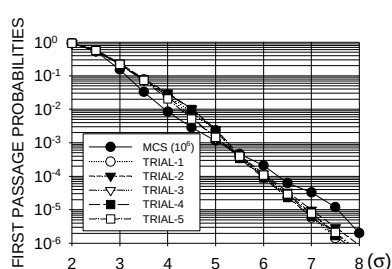


図-3 初期通過確率の算定結果
($N=1000$, STEP=25)

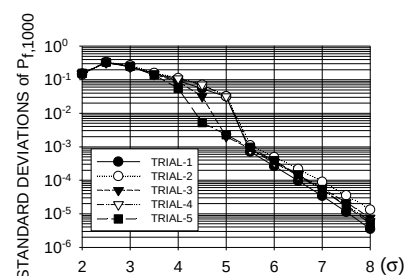


図-4 推定結果の標準偏差
($N=1000$, STEP=25)

参考文献 (1).M.Hoshiya and K.Komiya: Pseudo Analytical Method for Stochastic Nonlinear Systems, Proc. of Fourth Int. Conf. on Stochastic Structural Dynamics-SSD'98, pp.187-196, August, 1998.(2). Wen, Y.K.: Method for Random Vibration of Hysteretic Systems. Jour. of E.M. Div. ASCE Vol.102., pp. 249-263, 1976.