

限界状態再現シミュレーションに基づく構造信頼性評価に関する考察

阿南工業高等専門学校 正会員 松保明憲

1. まえがき 構造系の信頼性評価は、その基本変数の確率特性と破壊基準関数が与えられれば基本変数の結合確率密度関数を破損領域で積分して行うことができる。しかし、基本変数の確率特性を調べるためには、基本変数のデータから統計処理を行うか、他のデータから当該基本変数の確率特性を推定しなければならず、モデル化の誤差も伴う。陽に破損領域が表現できないような複雑な場合には解析が難しくなり誤差も予想される。本研究では、基本確率変数のモデル化の結果を用いて破損領域にわたる積分を行うのではなく、既知データから限界状態を計算機内で直接再現し、限界状態の相対頻度によって信頼性評価する方法を検討する。数値計算では、現行設計された 27 部材ワーレントラス構造物を対象に信頼性解析を行い、考察を加える。

2. 限界状態再現に基づく信頼性評価とその効率化 例えば、最も簡単な構造部材である棒部材を考える。棒部材強度を R 、部材軸方向に作用する外荷重を S とし、 S も R もある確率特性をもってばらつくものとする。このとき、計算機内で S と R を N 回発生させ、そのうち n 回が限界状態 $R \leq S$ を満たしたならば、その限界状態確率は $P_f = n/N$ で評価できる。このような当り外れのモンテカルロ法（以下、通常 HMMC 法）に基づき実用的な精度で P_f を求めるためには、十分大きな N を必要とし効率的でない。そこで、藤野らは S 、 R 等の基本変数の抽出において、解析上重要かつ必要である低頻度領域からの数値を集中的に抽出する方法（低頻度領域集中抽出法）を提案している。棒部材の例では、 $R \leq S$ は、 R が小さく S が大きい場合に生じ易い。それ故、 $\text{Prob.}[R \leq R_0] = \text{Prob.}[S \geq S_0] = 1/N'$ となる R_0 と S_0 に対して $R (\leq R_0)$ と $S (\geq S_0)$ を N 個抽出し、 $R \leq S$ となる回数 n をカウントすれば限界状態は通常の N' 倍抽出し易くなり $P_f = n/(N \times N')$ となる。ここでは N' を抽出倍率と呼ぶ。また本研究では、通常 HMMC 法より若干精度が良いと言われていた入門的モンテカルロ法（CMC 法）でも同じシミュレーションを行った。なお、本研究の計算例では正規分布の S と R を仮定するので HMMC 法では正規乱数が必要となるが、中心極限定理を応用した正規乱数と渋谷氏による改良型乱数とを用いた。改良型乱数とはボックス・マラー法と棄却法とを組合せたものである。

3. 数値計算例 図 1 に示す 27 部材で構成される下路橋形式のトラス橋の信頼性評価を行う。本ワーレントラス橋は、A 活荷重、支間 $L=50\text{m}$ 、幅員 6m、使用鋼材 SM400 の条件で現行設計されている¹⁾。本道路橋には、最も危険な活荷重状態として、上下線それぞれの中央に大型トレーラー 2 台ずつ（合計 4 台）が作用する場合を仮定した。大型トレーラー 1 台当たりの重量は、交通流実態調査結果を参考にして平均 10.5tf、分散 50.5tf² とし、正規分布するものとする。また、各部材の強度 σ_R は、引張部材の場合、平均を許容引張応力度 $\sigma_{ta}=140\text{ N/mm}^2$ 、変動係数に 0.1 を有する正規分布に従うものとする。圧縮部材の場合は、平均として次式 ($1/r$ は細長比) の許容圧縮応力度 σ_{ca} を持ち、変動係数に 0.1 を有する正規分布に従うものとする。
 $\sigma_{ca} = 140$ ($1/r \leq 18$)、 $\sigma_{ca} = 140 - 0.82(1/r - 18)$ ($18 < 1/r < 92$)、 $\sigma_{ca} = 1200000/[6700 + (1/r)^2]$ ($1/r \geq 92$)
 各部材の作用応力 σ_s がその部材の強度 σ_R を超過する場合を部材の限界状態と考え、また、いずれかの部材が一つでも限界状態になれば構造系全体の限界状態となるとして、構造系の限界状態確率 P_f を評価した。

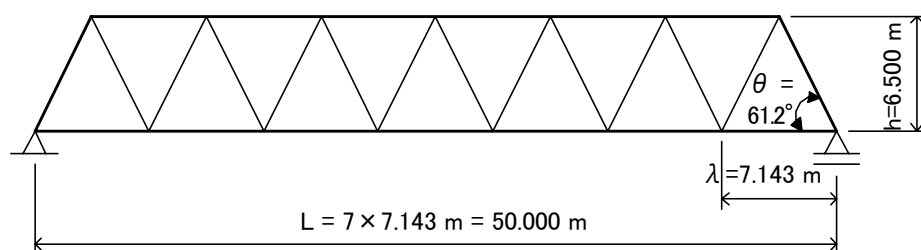


図 1 27 部材ワーレントラス橋

Key word : 限界状態再現、モンテカルロ法、構造信頼性 連絡先 : 〒774-0017 見能林町青木 Tel.0884-23-7100

表1に改良型正規乱数と通常HMMC法を用いた計算結果を示す。下弦材中央部材 L_4 の限界状態のみを考えた場合(計算法2)の厳密解は $P_f = 4.728 \times 10^{-4}$ であり、また、構造系の P_f (計算法1)も全部材が同一信頼度を有しかつ全部材が等相関の特別な場合に適用できるStuartの式により、概算値を確認可能である。同一条件で中心極限定理型の正規乱数を用いた結果を示した表2より、HMMC法では高精度乱数を用いる必要があることが分かる。表3は改良型正規乱数と低頻度領域集中抽出法を用いて計算した構造系の P_f である。抽出倍率とともに誤差が大、 P_f が小となっている。これは、同一条件下弦材中央部材のみに着目した P_f を示す表4の場合に比べ多くの乱数発生を必要とし、高精度乱数が必要とされるためと思われる。また、余り集中抽出し過ぎると、限界状態を逃してしまう場合があるためと推察される。いずれにせよ効率化の観点からは問題である。以上は簡単のために各部材力間の相関性を考慮していなかったが、考慮した場合の構造系の P_f を表5に示す。表よりCMC法が通常HMMC法より少し精度が良くなることが分かる。CMC法で用いる一様乱数にメルセンヌ・ツイスターと呼ばれる高精度乱数を用いると、更なる精度の向上を認めることができた。最後に、同一条件で準乱数 ω を用いた計算結果を表5の最終列に示しているが、かなりの精度向上を確認できた。本研究は、科研費(平成11～13年度・基盤研究(B)(2)、No.11694163)の補助を受けた。

参考文献 1)橋:橋梁工学、第5版、共立出版、2000. 2)松保:準乱数...応用、第56回年講、I-A004, 2001.

表1 改良型乱数を用いた計算結果（非効率化）

計算方法	シミュレーション回数	限界状態確率 P_f
(1) 27 部材全ての強度が平均値に等しい場合	10,000	5.200×10^{-3}
	100,000	4.480×10^{-3}
	1,000,000	4.582×10^{-3}
	10,000,000	4.619×10^{-3}
(2) 下弦材 L_4 の限界状態のみを考える場合	10,000	5.000×10^{-4}
	100,000	4.400×10^{-4}
	1,000,000	4.870×10^{-4}
	10,000,000	4.714×10^{-4}
	100,000,000	4.722×10^{-4}

表2 中心極限定理援用乱数を用いた結果（非効率化）

計算方法	シミュレーション回数	限界状態確率 P_f
(1) 27 部材全ての	10,000	3.900×10^{-3}
	100,000	3.040×10^{-3}
	1,000,000	3.460×10^{-3}
	10,000,000	3.481×10^{-3}
	100,000,000	3.481×10^{-3}
(2) 下弦材 L_4 の限	10,000	2.000×10^{-4}
	100,000	3.000×10^{-4}
	1,000,000	3.070×10^{-4}
	10,000,000	3.027×10^{-4}
	100,000,000	2.902×10^{-4}

表3 27 部材強度が全て平均の場合（低頻度領域集中抽出）

抽出倍率	シミュレーション回数	対応回数	P_f
10 倍	10	100	1.000×10^{-2}
	100	1,000	7.000×10^{-3}
	1,000	10,000	5.400×10^{-3}
	10,000	100,000	4.710×10^{-3}
	100,000	1,000,000	4.601×10^{-3}
50 倍	10	500	6.000×10^{-3}
	100	5,000	4.600×10^{-3}
	1,000	50,000	4.320×10^{-3}
	10,000	500,000	4.228×10^{-3}
	100,000	5,000,000	4.341×10^{-3}
100 倍	10	1,000	4.000×10^{-3}
	100	10,000	4.300×10^{-3}
	1,000	100,000	4.130×10^{-3}
	10,000	1,000,000	3.963×10^{-3}
	100,000	10,000,000	4.017×10^{-3}

表4 下弦材中央部材 L_4 のみに着目（低頻度領域集中抽出）

抽出倍率	シミュレーション数	対応回数	P_f
10 倍	1,000	10,000	5.000×10^{-4}
	10,000	100,000	4.400×10^{-4}
	100,000	1,000,000	4.900×10^{-4}
	1,000,000	10,000,000	4.716×10^{-4}
	10,000,000	100,000,000	4.724×10^{-4}
100 倍	1,000	100,000	3.100×10^{-4}
	10,000	1,000,000	4.790×10^{-4}
	100,000	10,000,000	4.664×10^{-4}
	1,000,000	100,000,000	4.738×10^{-4}
	10,000,000	100,000,000	4.723×10^{-4}
1000 倍	1,000	1,000,000	4.700×10^{-4}
	10,000	10,000,000	4.829×10^{-4}
	100,000	100,000,000	4.733×10^{-4}
	1,000,000	1,000,000,000	4.725×10^{-4}
	10,000,000	10,000,000,000	3.353×10^{-3}

表5 各部材力間の相関性を考慮した場合の構造系の P_f （全部材力も、全部材強度も完全相関）

No	試行回数	通常HMMC法+改良正規乱数		CMC法+通常一様乱数		CMC法+高精度一様乱数		準乱数法
		確定強度	不確定強度	確定強度	不確定強度	確定強度	不確定強度	
1	10	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00	3.5245e-05	2.6075e-03	5.4913e-05	5.5046e-04
2	100	0.0000e+00	0.0000e+00	1.5822e-03	1.5411e-03	1.4491e-03	3.4800e-03	2.9180e-03
3	1,000	1.0000e-03	3.0000e-03	2.2256e-03	3.5601e-03	2.7217e-03	2.9641e-03	2.4815e-03
4	10,000	1.9000e-03	2.3000e-03	2.1529e-03	2.6051e-03	1.9029e-03	2.3844e-03	2.5042e-03
5	100,000	2.1400e-03	2.6900e-03	2.0164e-03	2.6024e-03	2.0344e-03	2.5153e-03	2.5375e-03
6	1,000,000	2.0110e-03	2.5390e-03	2.0338e-03	2.5209e-03	2.0547e-03	2.5573e-03	2.5513e-03
7	10,000,000	2.0364e-03	2.5435e-03	2.0399e-03	2.5484e-03	2.0458e-03	2.5565e-03	—