

## 二探触子法による欠陥像の再構成

東北大学大学院 学生員 中畑和之  
東北大学大学院 正員 北原道弘

### 1 はじめに

欠陥から散乱された超音波を用いて、この散乱波が有する情報をもとに構造部材内部に存在する欠陥像の再構成を試みる。本研究ではボルン近似とキルヒホフ近似に基づく線形化逆散乱解析法<sup>1)</sup>を、送信探触子と受信探触子を分けて配置する二探触子法へ拡張を試みた。ここでは二探触子法による逆散乱解析の定式化を要約し、境界要素法による散乱波形データを用いた欠陥像の再構成を報告する。

### 2 線形化逆散乱解析法

#### 2.1 超音波の送信

等方均質な2次元無限弾性領域  $D$  内に空洞欠陥  $D^c$  が存在する場合を考える。図-1に示すように、欠陥から十分離れている点  $z$  から欠陥  $D^c$  の近傍の点  $O$  に向けて超音波を送信し、欠陥によって散乱された波動  $u^{sc}$  を観測点  $y$  で受信する二探触子法を考える。ここでは、欠陥への入射波は次のような平面縦波であると仮定する。

$$u^0(\mathbf{x}) = u^0 \hat{\mathbf{d}}^0 \exp(ik^0 \hat{\mathbf{p}}^0 \cdot \mathbf{x}) \quad (1)$$

ここで、 $u^0$  は振幅、 $\hat{\mathbf{d}}^0$  は変位の偏向方向を表す単位ベクトル、 $k^0$  は入射波の波数、 $\hat{\mathbf{p}}^0$  は入射波の進行方向を表す単位ベクトルである。点  $z$  から超音波を送信するので、 $\hat{\mathbf{z}}$  を送信点  $z$  に向く単位ベクトルとすれば、 $k^0 = k_L$ 、 $\hat{\mathbf{d}}^0 = \hat{\mathbf{p}}^0 = -\hat{\mathbf{z}}$  となる。

#### 2.2 散乱波の積分表現と等価散乱源

領域  $D$  内の点  $y$  における欠陥  $D^c$  からの散乱波の縦波散乱振幅  $A(k_L, \hat{\mathbf{y}})$  は次のように積分表現できる。

$$A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) = \frac{i}{4\mu} \kappa^2 \hat{y}_i \hat{y}_m \int_D q_i(\mathbf{x}) e^{-ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} dV(\mathbf{x}) \quad (2)$$

ここで、 $\kappa = k_L/k_T$ 、 $\hat{\mathbf{y}}$  は座標原点から観測点  $y$  に向く単位ベクトルである。また、 $q_i(\mathbf{x})$  は散乱体(欠陥)を2次波源と見なしたときの等価な物体力に対応しており、等価散乱源と呼ぶ。この等価散乱源は、領域型と境界型のどちらでも定式化が可能であり、それぞれの具体的な形は次のようになる。

$$q_i(\mathbf{x}) = \Gamma(\mathbf{x}) \left\{ \delta \rho \omega^2 u_i(\mathbf{x}) - \delta C_{ijkl} u_{k,l}(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial x_j} \right\} \quad (3)$$

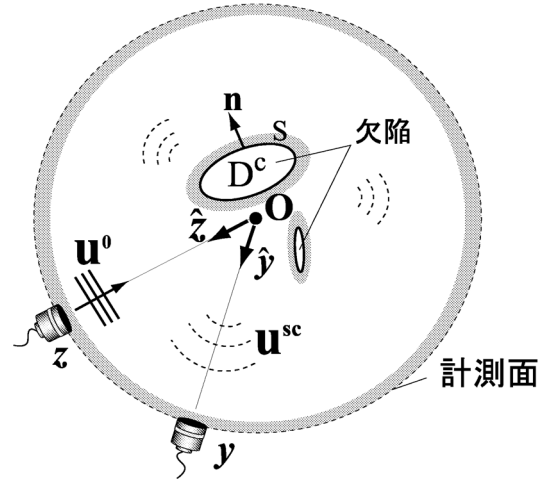


図-1 内部欠陥位置と超音波の送受信

$$q_i(\mathbf{x}) = -\gamma(\mathbf{x}) C_{ijkl} \{ n_j(\mathbf{x}) u_{k,l}(\mathbf{x}) - n_l(\mathbf{x}) u_k(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial x_j} \} \quad (4)$$

式(3)において、 $\delta C_{ijkl}$  は母材側と欠陥部分の弾性定数の差、 $\delta \rho$  は密度の差であり、 $\Gamma(\mathbf{x})$  は散乱体  $D^c$  の領域内部に分布する特性関数である。式(4)において、 $\mathbf{n}$  は欠陥  $D^c$  から母材  $D \setminus D^c$  内に向いた単位ベクトルであり、 $\gamma(\mathbf{x})$  は欠陥の境界  $S$  上においてのみ値を有する特異関数である。上記の積分表現(2)を等価散乱源中に含まれる特性関数  $\Gamma$  か特異関数  $\gamma$  について解くことができれば、欠陥形状の推定が可能である。

#### 2.3 ボルン逆解析

等価散乱源  $q$  は  $\Gamma$  あるいは  $\gamma$  のみならず、変位  $u$  も含んでいるため適当な近似を導入して線形化する。ボルン近似は変位  $u$  を入射波  $u^0$  で置き換えたものである。このとき、領域型の等価散乱源(3)を採用すると、式(2)は次のようになる。

$$A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) = \frac{ic^b \hat{y}_m}{4\mu} \int_D \Gamma(\mathbf{x}) e^{-ik_L(\hat{\mathbf{z}} + \hat{\mathbf{y}}) \cdot \mathbf{x}} dV(\mathbf{x})$$

$$c^b = k_L^2 u^0 \{ 1 - 2\kappa^2(1 - \hat{\mathbf{y}} \cdot \hat{\mathbf{z}}) \} (1 + \hat{\mathbf{y}} \cdot \hat{\mathbf{z}}) \quad (5)$$

さて、 $\Gamma(\mathbf{x})$  は  $K = k_L(\hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}})$  と置いたときの  $K$ -空間におけるフーリエ変換像であることから、次のように求められる。

キーワード：超音波，二探触子法，形状再構成，ボルン逆解析，キルヒホフ逆解析

〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06, TEL 022-217-7126, FAX 022-217-7127 URL: <http://www.nde.civil.tohoku.ac.jp/>

$$\Gamma(\mathbf{x}) = \frac{-2i}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{\hat{y}_m A_m}{c^b} e^{ik_L(\hat{z} + \hat{y}) \cdot \mathbf{x}} k_L dk_L d(\hat{z} + \hat{y}) \quad (6)$$

2.4 キルヒホフ逆解析

キルヒホフ近似は、境界上の  $u$  を入射波と反射波の和で置き換えたものであり、境界型の等価散乱源(4)を採用して式(2)を線形化する。キルヒホフ近似が高周波近似であることを考慮し、積分の主要項を法線  $n$  が  $n = \frac{k^0 \hat{z} + k_L \hat{y}}{|k^0 \hat{z} + k_L \hat{y}|}$  なる条件を満足する停留点からの寄与として評価する<sup>2)</sup>と、次式を得る。

$$A_m(k_L, \hat{y}) = \frac{-c^k \hat{y}_m}{4|\hat{z} + \hat{y}|} \int_D \gamma(\mathbf{x}) e^{-ik_L(\hat{z} + \hat{y}) \cdot \mathbf{x}} dV(\mathbf{x})$$

$$c^k = u^0 k_L \{ [(1 - R^{P;P}) \hat{y} \cdot \hat{z} - R^{P;P}] + 1 - 2\kappa^2 [1 - (\hat{y} \cdot \hat{z})^2] \} \quad (7)$$

ここで、 $R^{P;P}$  は自由表面における縦波-縦波の反射係数を表している。これより、特異関数  $\gamma(\mathbf{x})$  は散乱振幅  $A_m$  のフーリエ逆変換として次のように書ける。

$$\gamma(\mathbf{x}) = - \frac{2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{|\hat{z} + \hat{y}| \hat{y}_m A_m}{c^k} \times e^{ik_L(\hat{z} + \hat{y}) \cdot \mathbf{x}} k_L dk_L d(\hat{z} + \hat{y}) \quad (8)$$

3 数値解析による欠陥像の再構成

図-2に欠陥と超音波送受信のための探触子の配置を示す。欠陥モデルとして、円形キャビティとクラックの複合モデルを想定した。一つの送信探触子に対して受信探触子は10°おきに多点配置し、形状再構成に必要な遠方散乱波  $A_m$  は、境界要素法を用いて無次元化波数  $0.1 \leq ak_L \leq 8.0$  の範囲で作成した。

図-3は、超音波を一点で入射し、散乱波を片側多点で受信した場合の再構成結果である。片側の計測波形だけでは再構成像は不鮮明であるものの、送受信が行われた側の欠陥形状は確認できる。

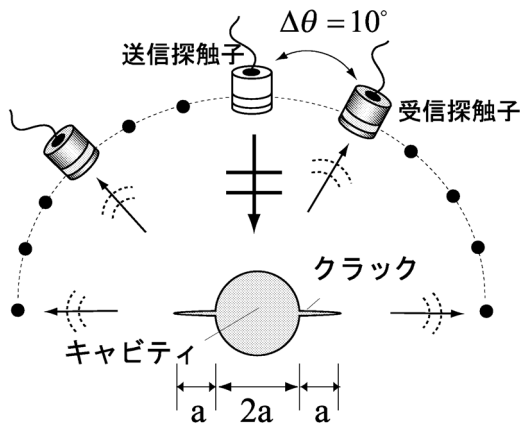


図-2 欠陥および探触子の配置

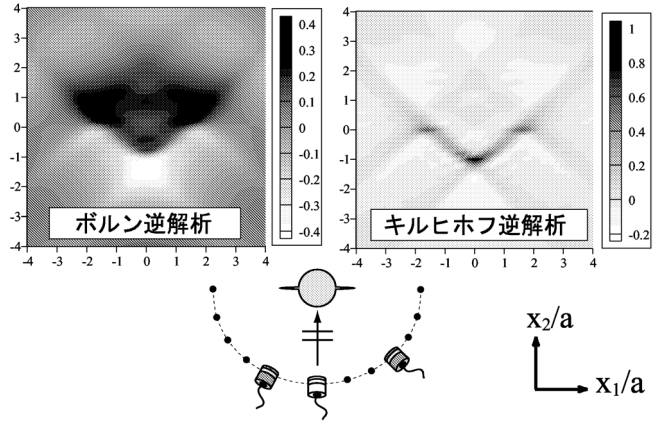


図-3 欠陥形状の再構成 (1点入射多点計測)

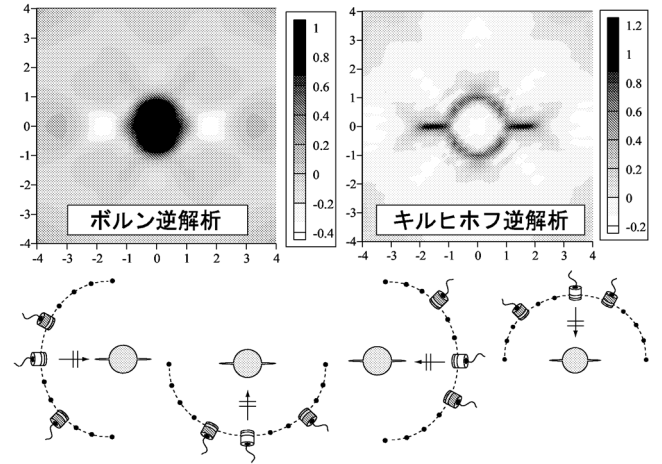


図-4 欠陥形状の再構成 (4点入射多点計測)

図-4は一点入射多点計測を90°おきに計4側面が行い、各々の送信側面で多点受信をした場合の再構成図を画像合成した結果である。この結果は、一探触子法のボルン逆解析とキルヒホフ逆解析の再現特性<sup>1)</sup>と同様な傾向を示しており、各方向の再構成像を合成することで二探触子法においてもボルン逆解析は欠陥内部像、キルヒホフ逆解析は欠陥境界像の再構成が可能であることを示している。

4 結論

ボルン逆解析は欠陥内部を再構成し、キルヒホフ逆解析は欠陥境界を再現することが二探触子法による逆散乱解析でも明らかになった。一探触子法に比べ再生感度の低下が見られるが、一探触子法で得られる後方散乱波よりも、二探触子法で計測される任意方向の散乱振幅が平均的に小さいことが影響していると考えられる。

参考文献

[1] 北原道弘, 中畑和之, 廣瀬壮一: 線形化逆散乱解析法の欠陥位置と形状再構成能に関する一検討, 応用力学論文集, Vol.1, pp.167-174, 1998.  
 [2] Schmerr, L.W.: *Fundamentals of Ultrasonic Nondestructive Evaluation*, Plenum Press, New York, 1998.