

信頼性からみたネットワークの最適計画モデル

愛媛大学 学生員 間嶋信博
愛媛大学 正会員 朝倉康夫
愛媛大学 フェロー 柏谷増男

1. はじめに

災害時に信頼性を低下させる要因の1つとして、一部の道路区間が通行不可能となることによるネットワークパフォーマンスの低下が挙げられる。これに対しネットワーク整備を効率的に行うことにより、災害による道路網全体の処理能力の大幅な低下を回避することができると考えられる。そこで既存リンクを効果的に整備し、災害に対するネットワークの性能を向上させることが重要となる。

本研究の目的は設定された投資額の範囲内で、ネットワークパフォーマンスの期待値が最良となるようなリンクへの投資額を求める投資最適化評価モデルの提案を行うこととする。

2. 災害時におけるネットワーク信頼性評価の枠組み

本研究では、災害時のネットワーク上でのフローを各種の交通均衡配分モデル¹⁾によって推定する。その結果を用いてネットワークパフォーマンスに関する信頼性評価を行い、信頼性が最も高くなるようなリンクへの投資額を求める。災害時の信頼性評価においてネットワーク状態は確率的に発生する事象であり、そのパフォーマンスもある確率分布に従う。したがってパフォーマンスを推定することができれば、期待値として信頼性評価指標を考えることができる。信頼性評価指標の算出プロセスは以下の通りである。

(1) 状態ベクトルおよび発生確率

L 本のリンクからなる連結されたネットワークを考える。障害はリンクのみで発生し、ノードでは発生しない。障害が発生したリンクは機能を完全に停止して、片側交互通行などで運用されることはないものとする。またそれぞれのリンクごとに障害はランダムに発生し、その確率はリンク間で相互に独立であると仮定する。

このとき、災害発生後に生じうるネットワークの状態をベクトル表示し、その発生確率 $P(x, z)$ を計算する(式(1))。最適化評価において、計画変数はリンクに対する投資額とする。

$$P(x, z) = \prod_a p_a(x_a)^{z_a} (1 - p_a(x_a))^{(1-z_a)} \quad (1)$$

ここに、 x_a は投資額のベクトル x の要素であり、リンク a への投資額である。 $p_a(x_a)$ はリンク a に投資額 x_a を投資したときの連結確率、 z_a は状態ベクトル z の要素であり、リンクが連結され通行可能であれば1、そうでなければ0である。ネットワークの状態を表すベクトル z と各リンクへの投資額を表すベクトル x は互いに無関係であり、発生確率 $P(x, z)$ は両ベクトルの関数である。

(2) ネットワークフローの記述

それぞれの状態のネットワークに対し、均衡配分モデルを用いて交通流を記述する。その結果を用いて、ネットワークパフォーマンスを表す指標 $Q(z)$ を求める。 $Q(z)$ は投資額のベクトル x には依存せず、状態ベクトル z のみの関数である。

(3) 信頼性評価指標の算出

ネットワークのすべての状態または一部の状態に対して交通流を記述して得られたネットワークパフォーマンスの期待値を求め信頼性評価指標とする。期待値 $R(x)$ は次式で求めることができる。

$$R(x) = \sum_{z \in Z} P(x, z) Q(z) \quad (2)$$

3. 投資最適化評価の定式化

ここでは、2. で示したネットワークパフォーマンスの期待値を目的関数とし、リンクへの投資額を求める最適化問題の定式化を行う。

リンク連結確率は投資額に対して単調増加な関数で

keywords: 交通ネットワーク, 信頼性評価, 利用者均衡

連絡先: 〒790-8577 愛媛県松山市文京町3番 愛媛大学工学部, TEL.089(927)9829, FAX.089(927)9843

あると考える．例えば，両者の関係は図-1 に示すような形で表すことができると考える．ここで， p_{0a} は投資額 0 のときのリンク連結確率である．1 本のリンクに高額の投資を考える場合，リンク連結確率が 1.0 に達すれば，それ以上の投資を行ってもリンク連結確率は高くない．また投資額には上限があると考え，各リンクへの投資額の総和は投資額の上限以下でなくてはならない．最適化問題にはこれらの制約条件を考える必要がある．

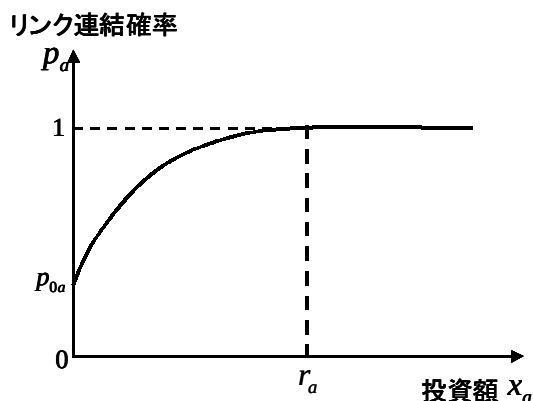


図-1 投資額とリンク連結確率の関係

ここで，最適化問題の定式化を示す．生起しうるネットワーク状態に対するパフォーマンスの期待値を目的関数とする（式(3)）．制約条件は式(4)～式(6)を考えることができる．

$$\text{Max.} \quad R(\mathbf{x}) \quad (3)$$

$$\text{Sub. to} \quad x_a \geq 0 \quad (4)$$

$$\sum_a x_a \leq C \quad (5)$$

$$x_a \leq r_a \quad (6)$$

ここで， C は投資額の上限とする．

式(4)は非負制約，式(5)は投資額の総和が投資額の上限 C を上回らないとする制約条件である．式(6)はリンク a に投資額 r_a を投資すると連結確率 p_a が 1.0 となり，それ以上の投資を考えないとする制約条件である．

ここに示した最適化問題を用いて，各リンクへの投資額のベクトル $\mathbf{x}$ を求めることが可能である．

4．投資最適化問題の解法

目的関数 $R(\mathbf{x})$ の勾配ベクトル $\nabla R(\mathbf{x})$ を用いて投資最適化問題を解く．解法の手順を以下に示す．

【Step1】 状態ベクトル $\mathbf{z}$ を抽出する．

【Step2】 それぞれのネットワーク状態について，交通均衡配分モデルを用いてネットワークパフォーマンス $Q(\mathbf{z})$ を求める．

【Step3】 投資額のベクトル $\mathbf{x}$ の初期値 $\mathbf{x}^{(0)}$ ($n=0$) を決定する．

【Step4】 目的関数の勾配ベクトル $\nabla R(\mathbf{x})$ の計算を行う．ネットワークの状態発生確率 $P(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ を x_a で偏微分したものは式(7)で示される．

$$\frac{\partial P(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial x_a} = \left[\frac{\partial p_a(x_a)}{\partial x_a} z_a - \frac{\partial p_a(x_a)}{\partial x_a} (1 - z_a) \right] \cdot \prod_{b \neq a} p_b(x_b)^{z_b} \{1 - p_b(x_b)\}^{(1-z_b)} \quad (7)$$

ネットワークパフォーマンス $Q(\mathbf{z})$ は投資額に依存しないため，目的関数 $R(\mathbf{x})$ を x_a で偏微分したものは式(8)で示される．

$$\frac{\partial R(\mathbf{x})}{\partial x_a} = \sum_{\mathbf{z} \in Z} \frac{\partial P(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial x_a} \cdot Q(\mathbf{z}) \quad (8)$$

目的関数の勾配ベクトル $\nabla R(\mathbf{x})$ は次式で示される．

$$\nabla R(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial R(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \frac{\partial R(\mathbf{x})}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial R(\mathbf{x})}{\partial x_L} \right) \quad (9)$$

ここで， L はリンク数とする．

【Step5】 式(9)で示される勾配ベクトルを用いて解の更新を行い， $\mathbf{x}^{(n+1)}$ を求める．

【Step6】 収束判定を行う．あらかじめ設定した収束基準を満足するならば，計算を終了する．そうでなければ $n = n + 1$ とおいて Step4 へ戻る．

ここでは生起しうるすべてのネットワーク状態を考慮し，投資額のベクトルを求める手順を示した．発生するネットワークの状態数は 2^L 通りとなるため，リンク数 L が大きければ計算コストは膨大になる．しかし Step1 においてネットワーク状態を絞って抽出し，近似計算を行えば計算コストの縮減が可能であると考えられる．

参考文献

- 1) 土木計画学研究委員会：交通ネットワークの均衡分析 - 最新の理論と解法 - ，土木学会，1998