

最小二乗法による偏心矢から正矢への変換法

日立電子エンジニアリング 正会員 竹下邦夫

1. はじめに

近年、新しく製作される軌道検測車は3台車方式から2台車方式に代わってきている。2台車検測車では偏心矢から復元フィルタにより正矢を求めるが、この復元フィルタの設計法として周波数伝達関数を利用する方法が一般に用いられている。この方法で設計した復元フィルタは正矢への変換精度は高いが、重み関数が長くなり、演算時間を要し、また遅れ距離が長くなる欠点がある。ここでは重み関数の長さを極限まで短くする方法として、軌道形状を高次多項式で最小二乗法近似することを基本原理とする重み関数の求め方について検討した。

2. 仮想軌道絶対形状と復元フィルタ

ここでの方法は偏心矢から長さ l_3 の軌道絶対形状を仮想し、この仮想した絶対形状から正矢を求める手法である。この軌道絶対形状を仮想軌道絶対形状と呼び高次多項式で近似する。計算は離散データについて行うこととし、全長 l_3 の仮想軌道絶対形状 $z(i)$ は次に示した $(n+1)$ 個の離散データで表される。

$$z(i) = a_0 + a_1 \cdot i + a_2 \cdot i^2 + a_3 \cdot i^3 + a_4 \cdot i^4 + \dots \quad (1)$$

一例として $l_3 = 10 \text{ m}$ で4次の多項式を用いる場合、式(1)

は行列式で表して式(2)となる。なお正矢法や偏心矢法等の

2次の差分法では仮想軌道絶対形状の0次と1次の項は意

味を持たないので、共にその係数は0としている。次に全長 l_3 の仮想軌道絶対形状の中の複数地点で m 個の偏心矢 $u(j)$ を求めるものとし、これを行列式で表すと式(3)のようになる。なお、この式は3,4m弦偏心矢の例である。

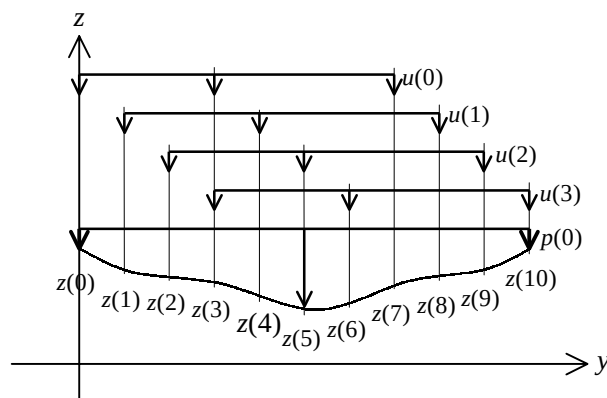


図1 仮想軌道絶対形状

$$\begin{pmatrix} 0^4 & 0^3 & 0^2 \\ 1^4 & 1^3 & 1^2 \\ 2^4 & 2^3 & 2^2 \\ 3^4 & 3^3 & 3^2 \\ 4^4 & 4^3 & 4^2 \\ 5^4 & 5^3 & 5^2 \\ 6^4 & 6^3 & 6^2 \\ 7^4 & 7^3 & 7^2 \\ 8^4 & 8^3 & 8^2 \\ 9^4 & 9^3 & 9^2 \\ 10^4 & 10^3 & 10^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_4 \\ a_3 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z(0) \\ z(1) \\ z(2) \\ z(3) \\ z(4) \\ z(5) \\ z(6) \\ z(7) \\ z(8) \\ z(9) \\ z(10) \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} w_1 & 0 & 0 & w_2 & 0 & 0 & 0 & w_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_1 & 0 & 0 & w_2 & 0 & 0 & 0 & w_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_1 & 0 & 0 & w_2 & 0 & 0 & 0 & w_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_1 & 0 & 0 & w_2 & 0 & 0 & 0 & w_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z(0) \\ z(1) \\ z(2) \\ z(3) \\ z(4) \\ z(5) \\ z(6) \\ z(7) \\ z(8) \\ z(9) \\ z(10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u(0) \\ u(1) \\ u(2) \\ u(3) \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここに、 w_1, w_2, w_3 は3,4m弦偏心矢の重み係数を表す。

キーワード：軌道検測、偏心矢法、正矢法、2台車検測車、最小二乗法

連絡先：〒150-0011 東京都渋谷区東三丁目16番3号(エフ・ニッセイ恵比寿ビル)

TEL 03-5467-1141

FAX03-5467-1565

これらの偏心矢の値は仮想軌道絶対形状に対して得られる値であり、これらの偏心矢に対応して実際に検測車で検測された偏心矢があり、これらの値をそれぞれ $x(j)$ とする。ここでは仮想絶対形状から求めた偏心矢と実際に検測された偏心矢との差を最小とするため、最小二乗法を適用するとすれば、次の式(4)、式(5)を満足するように、仮想軌道絶対形状を係数 a_i を定めれば良いことになる。また正矢法の狂い $p(0)$ はその重み係数を v_1, v_2, v_3 として式(6)で表される。ここで式(2)、式(3)、式(6)をそれぞれ式(7)、式(8)、式(9)で表して、式(4)、式(5)から係数列 A を求めると、式(10)となる。したがって正矢狂いは式(11)で表される。

$$S = \sum_{j=1}^m (x_j - u_j)^2 \quad (4)$$

$$\frac{dS}{da_j} = 0 \quad (5)$$

$$p(0) = (v_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ v_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ v_3) \cdot \begin{pmatrix} z(0) \\ z(1) \\ z(2) \\ z(3) \\ z(4) \\ z(5) \\ z(6) \\ z(7) \\ z(8) \\ z(9) \\ z(10) \end{pmatrix} \quad (6)$$

3. シミュレーションによる検証

この方式の妥当性を検証するため、シミュレーションを実施した。シミュレーションは、3,4m 弦偏心矢から10m弦正矢を求めるための復元フィルタを求めた。ここでは仮想軌道絶対形状として全長 $l_3=10m$ の3次多項式を用い、サンプリング間隔を1m、使用する偏心矢の個数 $m=4$ とした。このような条件で式(12)に示した行列 F を求めると式(13)となる。この式を用いて、3, 4m 弦偏心矢から10m弦正矢を求めた結果を図2に示した。この結果から今回の方式で求めた10m 弦正矢は本来の10m弦正矢と良く一致し、本方式の妥当性が確認された。

$$C \cdot A = Z \quad (7)$$

$$W \cdot Z = U \quad (8)$$

$$P = V \cdot Z \quad (9)$$

$$A = ((W \cdot C)^T \cdot (W \cdot C))^{-1} \cdot (W \cdot C)^T \cdot X \quad (10)$$

$$P = V \cdot C \cdot ((W \cdot C)^T \cdot (W \cdot C))^{-1} \cdot (W \cdot C)^T \cdot X \\ = F \cdot X \quad (11)$$

ここに、

$$F = V \cdot C \cdot ((W \cdot C)^T \cdot (W \cdot C))^{-1} \cdot (W \cdot C)^T \quad (12)$$

$$F = (0.417, 0.486, 0.556, 0.625) \quad (13)$$

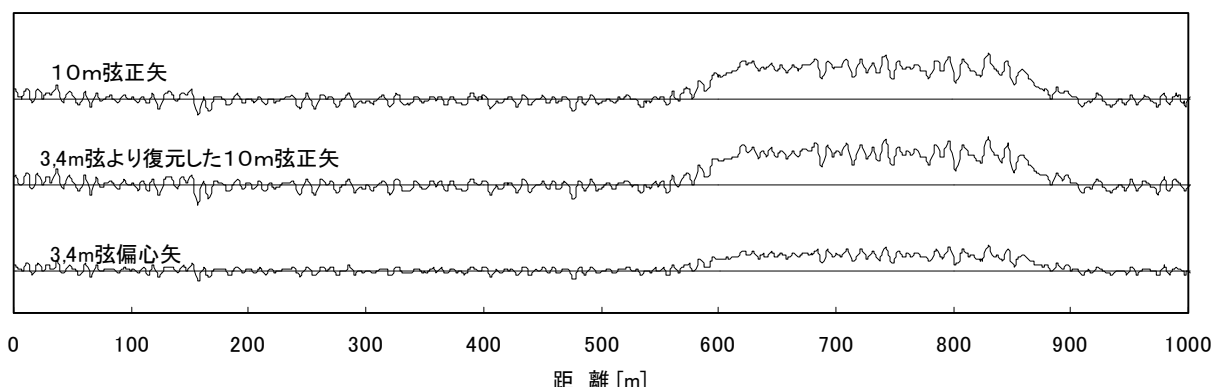


図2 復元フィルタのシミュレーション結果

4. おわりに

今回提案した偏心矢から正矢を求める方式は、復元フィルタが非常に簡単な式となり、簡便に正矢を求めたい場合に有用である。この方式では仮想軌道絶対形状に何次の多項式を用いるか、またその全長をどの程度に採るかで復元フィルタの変換精度が異なるように思われる。今後、変換精度の検証および高次多項式の代わりにフーリエ級数等を用いる方法等について検討していきたいと考えている。