災害リスクの局地性と動学的リスクマネジメント

鳥取大学工学部 正会員 横松 宗太
 (財)計量計画研究所 正会員 宮川 昌之
 京都大学大学院 正会員 小林 潔司

1. はじめに

自然災害による損失は巨大性・集合性を有するため、国際的な災害保険市場を通じても災害リスクを完全に担保することはできない。保険料にはリスクプレミアムが付加されるため、加入者にとってフルカバーの保険契約を購入することは効率的ではない。一方、自然災害は局地的な現象である。災害は個々の地域にとって稀少現象であるが、一国全体にとってはそれほど稀少な現象ではない。そのため、家計が自地域における災害の生起頻度のみを考慮して行動するとき、社会的最適なリスク配分は達成されない。本研究では社会的に最適な災害リスク配分を達成するための方策について検討する。

2. 集権的経済の定式化

(1) モデルの前提

対称な n 地域で構成される小国開放経済を考える。災害は各地域に到着率 μ でポワソン過程に従って生起すると仮定する。一国全体では災害は到着率 $n\mu$ でポアソン到着する。すなわち期間 $[t, t + dt]$ の災害事象の到着確率は $n\mu dt = \phi(t)dt / (1 - \Phi(t))$ により表される。ここに $\Phi(t)$ は時刻 0 から時刻 t までに対象国に少なくとも 1 回災害が生起する確率、 $\phi(t)$ はその密度関数である。各地域には 1 単位の家計が居住する。各時刻で各地域の生産に投入される労働は非弾力的であり家計数 1 に等しいと仮定する。そして時刻 t に生産に投入される資本を $m(t)$ 、各地域の生産関数を $f(m(t))$ (ただし $f'(m) \geq 0$, $f''(m) \leq 0$) により表す。ある地域に災害が生起すると当該地域の $m(t)$ が全壊するが、国際資本市場からの借入により瞬時に修復して生産機能には影響が及ばず、その後負債を返済していくと考える。そして海外の資本市場において 2 種類の資本 $k(t)$, $s(t)$ が貸借可能であると仮定する。よって $m(t) = k(t) + s(t)$ が成立する。 $k(t)$ は世界利子率 r で国際資本市場から調達できる。一方、 $s(t)$ は利子率 r に加えて保険料率 $\varepsilon\mu$ を支払うことにより災害時には損壊を保証される。ただし国際保険市場は災害リスクを完全には分散できず、保険料率にはリスクプレミアム ε (≥ 1) が付加されている。家計は合成財 $c(t)$ を消費することにより瞬間的効用 $u(c(t))$ (ただし $u'(c) \geq 0$, $u''(c) \leq 0$) を獲得する。

(2) 第 1 期最適消費問題の定式化

社会計画者による、国全体の家計の期待生涯効用の総和の最大化問題を考える。初期時点から対象国のいずれかの地域に最初に災害が生起する時刻 θ_1 までの期間を第 1 期と考えよう。第 1 期の期待社会厚生関数 EW_1 は以下のように定義される。

$$EW_1 = E_{\theta_1} \left[\int_0^{\theta_1} nu(c(t)) \exp(-\rho t) dt + v(\hat{w}(\theta_1)) \exp(-\rho\theta_1) \right] \quad (1)$$

$v(\cdot)$ は第 1 期の終端社会厚生関数であり、第 2 期の初期富 $\hat{w}(\theta_1)$ により定義される。 $E_{\theta_1}[\cdot]$ は時刻 θ_1 による期待値操作を表している。若干の計算により、第 1 期最適消費問題は以下のように表現される。

$$\max_{\gamma(t)} \int_0^{\infty} \{ nu(c(t)) + n\mu v(\hat{w}(t)) \} \exp\{-(\rho + n\mu)t\} dt \quad (2)$$

subject to

$$\dot{w}(t) = rw(t) + nf(m(t)) - nc(t) - nrk(t) - (r + \varepsilon\mu)ns(t) \quad (3)$$

$$\hat{w}(t) = w(t) - k(t) \quad (4)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) \exp(-rt) \geq 0 \quad (5)$$

ただし $\gamma(t) = \{c(t), k(t), s(t) (t \in [0, \theta_1])\}$ は第 1 期の制御変数ベクトルを表す。一般化割引率は、災害の到着率を含んで $(\rho + n\mu)$ により与えられる。

(3) 無限期間最適消費問題の定式化

災害により富が失われた場合、それ以降の時点にわたって消費行動を変更することにより、富形成の経路を調整することになる。1 回目の災害後の富の水準 $\hat{w}(\theta_1)$ に依存して第 2 期の消費・資産形成計画がたてられる。いま、時刻 θ_1 以降の任意の時刻 τ ($\tau \geq \theta_1$) に対して定義される最適制御 $\tilde{\gamma}^*(\tau | \hat{w}(\theta_1)) = \{c^*(\tau | \hat{w}(\theta_1)), k^*(\tau | \hat{w}(\theta_1)), s^*(\tau | \hat{w}(\theta_1))\}$ がすべて既知と仮定する。時刻 θ_1 の事後富が $\hat{w}(\theta_1)$ となる任意の制御系列は次式のように定義される。

$$\tilde{\gamma}(t) = \begin{cases} \gamma(t) & t < \theta_1 \\ \tilde{\gamma}^*(t | \hat{w}(\theta_1)) & t \geq \theta_1 \end{cases} \quad (6)$$

初期富 w_0 と制御系列 $\tilde{\gamma}(t)$ の下で達成される期待社会厚生水準 $EW(w_0; \tilde{\gamma}(t))$ を次式により定義する。

$$EW(w_0; \tilde{\gamma}(t)) = \int_0^{\infty} \{ nu(c(t)) + n\mu V(\hat{w}(t)) \} \exp\{-(\rho + n\mu)t\} dt \quad (7)$$

ただし $V(\hat{w}(t))$ は第 2 期以降の最適期待社会厚生水準

である．このとき初期時点の最適値関数は以下のように定義される．

$$V(w_0) = \max_{\gamma(t)} \left[\int_0^{\infty} \{nu(c(t)) + n\mu V(\hat{w}(t))\} \cdot \exp\{-(\rho + n\mu)t\} dt \right] \quad (8)$$

本問題は外生的に与えられたランダムなインパルス時刻 θ に状態変数 $w(t)$ に離散的なジャンプが生じるジャンプ過程を制御する問題となる．社会計画者は国際災害保険市場において保険を購入することにより，災害により生じる被害額（ジャンプ幅）を制御する．そして無限期間最適消費問題は，任意の w に関して関数方程式を満足する最適値関数 $V(w)$ を求める問題に帰着する．

(4) 最適消費行動の特徴

次式のようにHamilton-Jacobi方程式が導かれる．

$$(\rho + n\mu)V(w(t)) = \max_{\gamma(t)} \left[nu(c(t)) + n\mu V(\hat{w}(t)) + V'(w(t))\dot{w}(t) \right] \quad (9)$$

内点解を仮定した場合の最適化行動の特徴を示そう．

$$f'(m^*) = r + \varepsilon\mu, \quad m^* = k(t) + s(t) = \text{const.} \quad (10)$$

$k(t)$ と $s(t)$ の内訳は当該期の富 $w(t)$ に依存する．部分カバーの保険契約にとどまるため，災害時には $k(t) > 0$ を損失する．また，次式のように第1期における最適消費経路を表すKeynes-Ramsey法則が導かれる．

$$\dot{c}(t)/c(t) = \sigma(c)\{r - \rho + (\varepsilon - 1)n\mu\} \quad (11)$$

$$\sigma(c) = -u'(c(t))/\{c(t)u''(c(t))\} (\geq 0) \quad (12)$$

災害の到着率が大きいほど，また国際保険市場のリスクプレミアムが大きいほど，消費の成長率は大きくなる．すなわち，将来の富の損失リスクに対する予備的動機により，より多くの貯蓄を残す結果，将来の消費よりも現時点の消費が小さくなる．一方， $\varepsilon = 1$ すなわち災害保険市場が完全に災害リスクを分散できるとき，

$$f'(s^*) = r + \mu, \quad k(t) = 0, \quad s(t) \equiv s^*, \quad \hat{w}(t) = w(t) \quad (13)$$

$$\dot{c}(t)/c(t) = \sigma(r - \rho) \quad (14)$$

従ってリスクプレミアムが存在しないときには，フルカバーの保険を購入することが最適となる．

3. 分権的経済の定式化

(1) 家計の最適化行動の定式化

ある地域に居住する一家計の行動を考えよう．家計は無限の計画視野をもつと仮定する．ここでの分権的モデルは1) 予算制約が地域の家計単独である，2) 災害到着が地域当たりの到着率 μ である，3) 一地域の家計の期待生涯効用の最大化問題である以外は，集権的モデルと同様の構造をしている．家計の第1期最適化問題は以下のように表される．

$$\max_{\gamma(t)} \left[\int_0^{\infty} \{u(c(t)) + \mu\bar{v}(\hat{z}(t))\} \exp\{-(\rho + \mu)t\} dt \right] \quad (15)$$

subject to

$$\dot{z}(t) = rz(t) + f(m(t)) - c(t) - rk(t) - (r + \varepsilon\mu)s(t) \quad (16)$$

$$\hat{z}(t) = z(t) - k(t) \quad (17)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) \exp(-rt) \geq 0 \quad (18)$$

ただし $z(t)$ は家計の富， $\hat{z}(t)$ は時刻 t に第1期が終了した場合の被災後の富， $\bar{v}(\hat{z}(t))$ は第1期の終端効用関数， $\gamma(t) = \{c(t), k(t), s(t) (t \in [0, \bar{\theta}_1])\}$ は第1期の制御変数ベクトルを表す．ただし $\bar{\theta}_1$ は当該地域に初めて災害が到着する時刻である．一般化割引率は $(\rho + \mu)$ である．無限期間最適化問題も集権的経済同様に定式化される．家計の最適化行動は以下のような特徴をもつ．

$$f'(m^*) = r + \varepsilon\mu, \quad m^* = k(t) + s(t) = \text{const.} \quad (19)$$

$$\dot{c}(t)/c(t) = \sigma(c)\{r - \rho + (\varepsilon - 1)\mu\} \quad (20)$$

集権的経済の式(11)と比較すると，分権的経済の方が消費の成長率が小さい．災害の到着率が小さいため，予備的な貯蓄を行う動機が小さくなるからである．一方， $\varepsilon = 1$ の場合の最適化行動は以下のように決まる．

$$f'(s^*) = r + \mu, \quad k(t) = 0, \quad s(t) \equiv s^*, \quad \hat{z}(t) = z(t) \quad (21)$$

$$\dot{c}(t)/c(t) = \sigma(r - \rho) \quad (22)$$

すなわち家計はフルカバーの保険を購入する．式(13)(14)を考慮すると， $w_0 = nz_0$ と仮定すれば，分権的経済における家計の通時的な消費経路は社会的最適な消費経路と一致することがわかる．

4. 政府の災害リスク配分政策

国際災害保険市場が完全に災害リスクを分散できないとき($\varepsilon \neq 1$)に，分権的に社会的最適な消費行動を達成する方策として，中央政府による災害時の地域間所得移転を考える．紙面の制約上，結論のみを示す．政府は国内で災害が生起したとき，無事である $(n-1)$ 地域から一地域あたり $k^*(t)/n$ を税として徴収して，合計 $(n-1)k^*(t)/n$ を被災地域に支給する．よって地域家計にとっては，いずれの地域で災害が生起しようと災害時にはいつでも $k^*(t)/n$ の支出ないしネットの損失を被ることになる．すなわち中央政府が相互保険を運営することにより，地域家計が認識する災害の到着率が $n\mu$ に修正され，消費の成長率が式(11)の水準に決まる．なお，ここでは災害の稀少性による大きな取引費用の存在等によって，保険会社が国内で効果的に災害リスクを分散できないような状況を想定している．そうでない場合，市場で相互保険契約が成立する可能性がある．

5. おわりに

中央政府が地域間相互保険を運営することにより，一国にとって社会的に最適な動学的災害リスク配分を分権的に実現できる．本研究では，国際保険市場が未発達であり災害リスクを完全には分散できない段階における，相互保険の補完的な機能について指摘した．