

ハイブリッド型ペナルティ法による浸潤面を有する矢板壁周辺の浸透流解析

法政大学 学員 石田圭司 法政大学 正員 竹内則雄
法政大学 学員 大木裕久 法政大学 正員 草深守人

1. はじめに

浸透流問題の解析を行う場合、有限要素法(FEM)や有限体積法(FVM)、差分法(FDM)などが用いられている。どの方法も領域を部分領域や格子により分割して解析が進められるが、それらを分割する際の要素形状は、ポテンシャル場や水頭の内挿関数によって決定される。本研究では、著者ら[1]が提案したハイブリッド型のモデルの考え方を浸透流問題に適用した、新しい離散化手法を開発した。本論文では、部分領域に分割した地盤部分の分割形状を変更することなく、収束過程で求めた浸潤面を新たな積分領域と考え浸透流解析を行う手法を提案する。また、ここで提案する手法と従来の方法による浸潤面、ならびに流量とを比較し、本手法によって得られる解の特性について検討する。

2. 支配方程式と線形水頭場

定常浸透流の支配方程式は次式で与えられる。

$$L^t v + f = 0, \quad v = -kd, \quad d = Lh \quad (1)$$

ここで、 v は流速、 f は湧水量、 k は透水係数、 d は動水勾配、 L は微分作用素である。

次に、要素境界面において水頭の連続性を弱め、この付帯条件をペナルティを用いて重み付き残差方程式に導入する。いま、図2に示すような、隣接する2つの部分領域 $\Omega^{(a)}$ と $\Omega^{(b)}$ を考え、2つの部分領域の共通の境界 $\Gamma_{<ab>}$ において、付帯条件

$$\hat{h}^{(a)} = \hat{h}^{(b)} \quad \text{on } \Gamma_{<ab>} \quad (2)$$

を隣接する要素の境界で共通な Lagrange の未定乗数 λ を用いて以下のように表す。

$$H_{ab} = \delta \int_{\Gamma_{<ab>}} \lambda (\hat{h}^{(a)} - \hat{h}^{(b)}) d\Gamma = \int_{\Gamma_{<ab>}} \delta \lambda (\hat{h}^{(a)} - \hat{h}^{(b)}) d\Gamma + \int_{\Gamma_{<ab>}} \lambda (\delta \hat{h}^{(a)} - \delta \hat{h}^{(b)}) d\Gamma \quad (3)$$

この関係を導入し、隣接する2つの要素境界辺の数を N とすると、付帯条件付きの重み付き残差方程式が以下のように得られる。

$$\sum_{e=1}^M \left(- \int_{\Omega^{(e)}} L^t \delta h v d\Omega + \int_{\Omega^{(e)}} \delta h f d\Omega \right) + \sum_{s=1}^N \left(\delta \int_{\Gamma_{<s>}} \lambda (\hat{h}^{(a)} - \hat{h}^{(b)}) d\Gamma \right) + \int_{\Gamma_q} \delta h q d\Gamma = 0 \quad (4)$$

また、2次元状態の場合、水頭 $h(x, y)$ を部分領域 $\Omega^{(e)}$ 内の点 (x_p, y_p) についてテーラー展開し、1回の微分までを考慮して、部分領域毎に独立に線形水頭場を、次のように仮定する。

$$h^{(e)} = h_p + (x - x_p) d_x + (y - y_p) d_y \quad (5)$$

ただし、 h_p は部分領域 $\Omega^{(e)}$ 内の点 (x_p, y_p) における水頭を表している。また、 d_x, d_y はそれぞれ x および y 方向の動水勾配を表している。

3. 浸潤面の求め方(積分領域法)

本モデルは、任意多角形を部分領域として用いるため、初期領域分割を再分化せずに、圧力水頭が0となる位置に応じ、積分領域を変更し、収束計算を進める事が可能である。本論文では、この方法を積分領域法と呼ぶ。以下に浸潤面の求め方を示す。

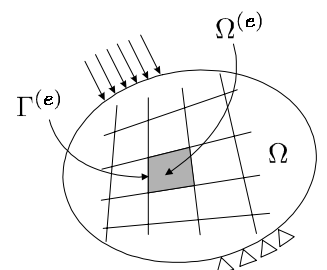


図1 部分領域 $\Omega^{(e)}$

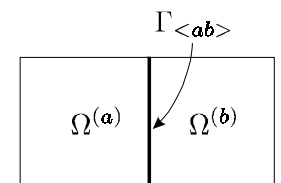


図2 部分領域 $\Omega^{(a)}$ と $\Omega^{(b)}$ の共通の境界 $\Gamma_{<ab>}$

キーワード：浸透流，ペナルティ法，線形水頭場

〒184-8584 東京都小金井市梶野町 3-7-2

境界を、水頭が与えられる境界，流出がない境界に分けて考え，浸潤面の初期値を与えて水頭を求める．

全部分領域から図3のように1つの部分領域を取り出す．この部分領域で，圧力水頭が0となる位置を節点の水頭を用いて補間により求める．部分領域の全ての圧力水頭が負であるなら，その部分領域は浸潤面の上側にあるので，無視する，一方，全てが正であれば，部分領域を有効と見なし解析する．この方法では，積分領域を求めるための特別なデータは必要としない

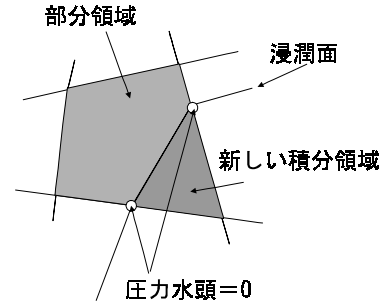


図3 部分領域

求めた位置を各部分領域毎に重ねて，図3のように浸潤面を求め，これを全領域について照査し，図4(a)の網掛け部分のように，新しい積分領域を求め，再計算を行う．このとき，領域分割は，図4(b)のように初期分割をそのまま用いる．

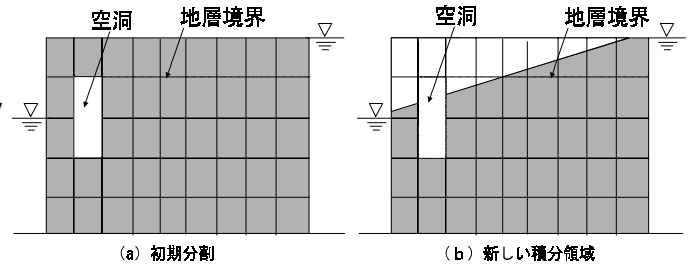


図4 新しい浸潤面の積分領域

と求めた位置を移動量が十分少なくなるまで繰り返すこの方法によれば，図4のように地層境界や空洞が存在しても，解析可能である．

4．数値計算例（均質地盤の浸潤面）

図5に本解析に用いたモデルを示す．解析にあたり要素分割は，正方形の一边が0.5mとなるように深さ方向に18分割，幅方向に42分割とした．ここでは，ある地盤に矢板を打ち込む事により土留めと遮水を行い，オープンカット工法による掘削する際に地下水位を4m低下させた事による湧出量の計算と、付近地下水位の変動を検討した．図6は，地盤内の水頭分布をコンターで表したものである．湧水流量は，HPMが $1.033\text{cm}^3/\text{s}$ ，FEMが $1.38\text{cm}^3/\text{s}$ となった．また，図7は，HPMとFEMの解析による浸潤面の形状の比較である．ここでは，矢板壁側面で1mほど差が生じた．

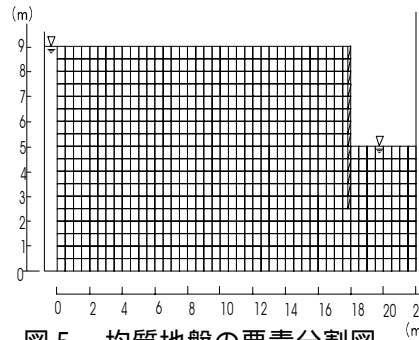


図5 均質地盤の要素分割図

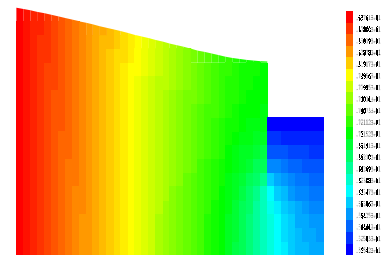


図6 均質地盤の水頭分布

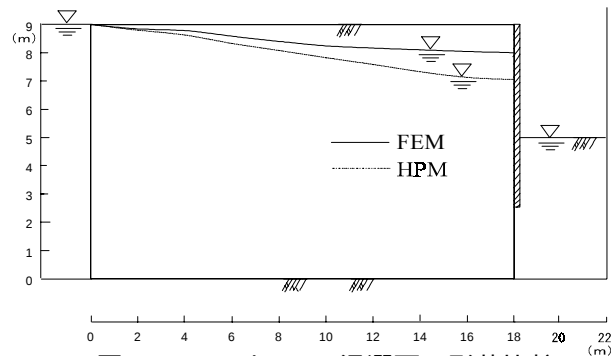


図7 HPMとFEM浸潤面の形状比較

5．まとめ

本論文では，水頭の連続性を付帯条件として，これをペナルティ関数により一般的な重み付き残差方程式に導入し，水頭のテーラー展開に対して，1次項までで水頭場を表現する離散化モデルを用いて定常状態における浸潤面を求める解析手法を提案した．この手法は，初期領域分割を変更せず，積分領域のみで対応するため，複雑な地層境界や空洞を有する問題などに適用しやすい手法である．また，飽和 - 不飽和の概念に基づく解析手法より少ないデータで，簡易的に浸潤面を求めることができる．本手法は3次元化が容易であり，今後，3次元問題を含め，実際の地盤を想定した実用的な問題を解析して，さらに精度の検証をする必要があるものと考える．

参考文献

- 1) 竹内他: ペナルティ関数を用いた浸潤面を有する浸透流問題の解析手法の開発, 計算工学論文集, Traction of JSCEC, No20010019
- 2) 赤井他: 有限要素法による浸透流解析と現地への適用について, 京都大学防災工学年報, 20-B-2, 1978