

飽和粘土の降伏関数と3次元弾塑性圧密解析

○ 法政大学 学生会員 熊谷 岳志

法政大学 正 会 員 草深 守人

法政大学 正 会 員 竹内 則雄

復建エンジニアリング(株) 正 会 員 大橋正未知

1. はじめに

飽和した多孔質の弾性体の線形圧密問題に対する支配方程式が Biot によって示されて以来,さまざまな実問題への適用性や非線形問題への拡張が検討されてきた. 本文は, Biot の圧密支配方程式を基本とした弾塑性問題について飽和粘性土の降伏関数について検討を行い, 具体的な数値計算例を示したものである.

2. 圧密支配方程式

土粒子骨格構造の変形に関する支配方程式は, 次式によって与えられる.

$$G \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + (G + \lambda) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} - \chi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} + F_i = 0 \quad (1)$$

ここで, u_i は変位, ϕ は間隙水圧, G はせん断弾性係数, λ は Lamé の定数, $0 \leq \chi \leq 1$ は間隙水圧係数, F_i は物体力である.

間隙水の流れに関する支配方程式は, 多孔質体中の流れに関する構成式として Darcy 則を仮定することにより次式で与えられる.

$$\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_i} + k \frac{\partial^2 h_z}{\partial x_i \partial x_i} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (2)$$

ここで, k は透水係数, γ_w は間隙水の質量, h_z は位置水頭を表す. 本文では, 式(1)と式(2)で表される圧密支配方程式をそれぞれガラーキン法により有限要素離散化した.

3. 降伏関数

圧密による降伏曲面の移動(硬化)を考慮した降伏関数として Cam-clay モデルに代表される限界状態モデルが広く利用されている. このモデルは, 移動降伏面が Roscoe 面と Hvorslev 面によって規定され, 固定降伏面(限界状態線)はあくまでも限界状態のみを規定する. 一方, Cap モデル(例えば, 粘性土に対する DiMaggio らのモデル)は, 移動降伏面と固定降伏面の両者によって降伏過程が表現される. 本文では, 一つの試みとして Cap モデルを基本に限界状態モデルの概念を導入した次式のモデル(図-1)を利用する.

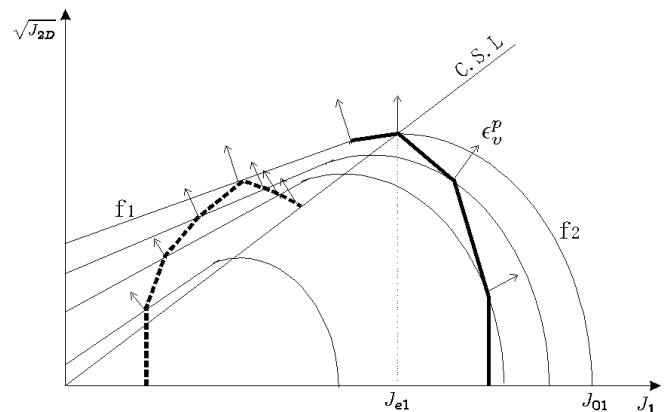


図-1 限界状態の概念を導入した Cap モデル[内田]

$$f_1 = J_{2D} - N J_1 + (N\Lambda - \sqrt{(1-\Lambda)^2 N^2 + \Lambda^2 M^2}) J_{01} = 0, \quad \Lambda = \frac{J_{e1}}{J_{01}} \quad (3)$$

$$f_2 = 27(1-\Lambda^2) J_{2D} + \Lambda^2 M^2 J_1^2 - 2\Lambda^3 M^2 J_{01} J_1 + \Lambda^2 (2\Lambda - 1) M^2 J_{01}^2 = 0 \quad (4)$$

ここで, N, M はそれぞれ f_1 および限界状態線の勾配, J_1, J_{2D} は応力テンソルの第1不変量と偏差応力テンソルの第2不変量, J_{01}, J_{e1} は間隙比の関数として降伏 Cap の移動を表す応力の第1不変量である.

キーワード: 圧密, 粘土, 降伏関数, Cap モデル, 限界状態モデル, 数値解析

連絡先: 〒184-0002 東京都小金井市梶野町 3-7-2 法政大学工学部土木工学科

4. 解析結果の比較と考察

図-2 に示すように，解析対象領域は広さ $50 \times 50 \text{ m}$ ，深さ 10 m の一様な飽和粘土層とし，側面および底面を非排水境界，地表面からのみ排水可能とした．载荷条件は，地盤中央 $20 \times 20 \text{ m}$ に 500 kPa の等分布荷重を作用させた．解析に用いた材料定数は $N = 1.3$ ， $M = 1.5$ ， $\lambda = 0.2$ ， $\kappa = 0.02$ ， $\nu = 0.25$ ， $\chi = 1.0$ ， $E_0 = 5000 \text{ kPa}$ ， $k = 1.0 \times 10^{-6} \text{ cm/sec}$ である．

図-3 は，圧密完了時点の地表面沈下量を示したものであり，载荷面中央での沈下量は，線形弾性解の約 60 cm に対して弾塑性解では約 78 cm であり，後者は前者の約 1.3 倍となっている．

図-4 は，载荷面中央直下付近における圧密の進行状況を圧密度と時間係数の関係で表したものである．同一圧密度に達するまでの圧密所要時間は弾塑性解に比べ線形弾性解ではかなり早く，この解析例では， $80 \sim 90 \%$ 圧密に要する線形弾性解の所要時間は弾塑性解の約半分程度となっている．もし，線形弾性解よりも弾塑性解のほうが実現象をよりよく表現していると期待できるとすれば，線形弾性解析は地盤内の過剰間隙水圧の消散を実際よりもかなり早めに評価する危険が常に付きまとうことになる．

図-5 は図-2 の $abfe$ 断面で見た過剰間隙水圧の分布を線形弾性解（左）と弾塑性解（右）で比較したものである．圧密の初期段階では，両者とも载荷面直下部にポケット状に高い間隙水圧領域が形成される．しかし，圧密中期から後半では，弾性解ではほぼ一様に過剰間隙水圧が消散する傾向を示すが，弾塑性解の過剰間隙水圧は载荷面下の底部不透水層境界付近に残留する傾向にある．

5. あとがき

圧密降伏関数として限界状態モデルに類似した Cap モデルを新たに導入し，Biot の圧密理論に基づく 3 次元弾塑性 - 圧密連成解析の具体的な数値例を示し，線形弾性解析と弾塑性解析の比較から考察を加えた．その結果，土粒子骨格構造の変形を支配する構成方程式は過剰間隙水圧の逸散過程や圧密沈下量に非常に大きな影響を及ぼすことを示した．

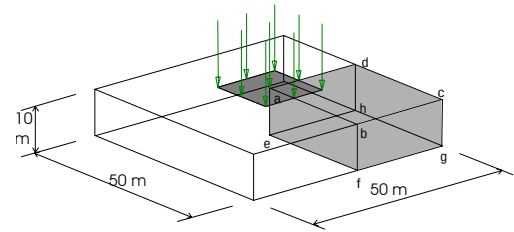


図-2 モデル図

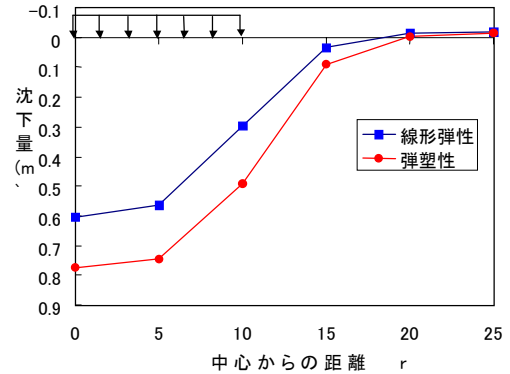


図-3 圧密完了時の地表面沈下量

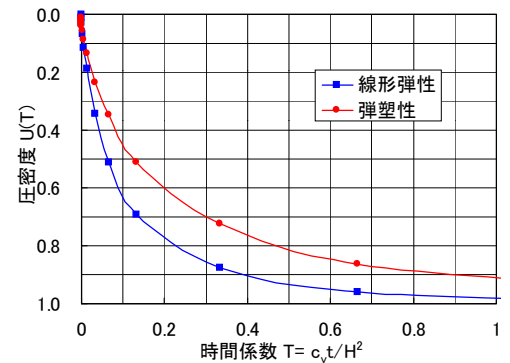


図-4 圧密度と時間係数の関係

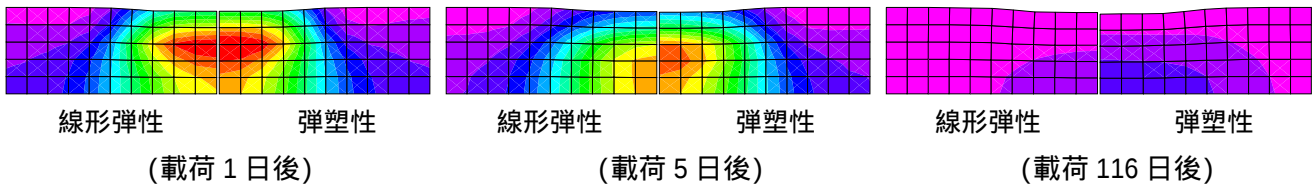


図-5 過剰間隙水圧の分布

[参考文献] 内田亮，草深守人，竹内則雄：破壊状態線と限界状態線を仮定した Cap-Model，土木学会第 56 回年次学術講演会講演概要集第 部門，2001．