

飽和粘土の弾粘塑性構成式の不安定性と変形の局所化

京都大学大学院 フェロー会員 岡二三生
 京都大学大学院 学生会員 木元小百合
 ○ 京都大学大学院 学生会員 肥後陽介

1. はじめに

地盤材料のひずみ軟化現象は、ひずみの局所化による幾何学的な不安定性と、微視構造の劣化などによる材料そのものの不安定性に起因すると考えることができる。足立・岡は正規圧密粘土の弾粘塑性構成式¹⁾に第二材料関数を導入することによって不安定性を表現したが²⁾、本報告では、第二材料関数を導入しなくても過圧密領域において非排水クリープ時に不安定となることを示した。また、正規圧密領域と過圧密領域で適用可能な、飽和粘土のひずみ硬化-軟化型弾粘塑性構成式を用いて数値解析を行い、ひずみの局所化解析の観点から拡張されたモデルの不安定性を検討した。

2. 足立・岡による正規圧密粘土の弾粘塑性構成式の不安定性

正規圧密粘土の足立・岡モデルの不安定性は岡ら²⁾によってすでに検討されている。足立・岡モデルにおいて非排水クリープ状態を仮定すると、粘塑性ひずみ速度の不変量 $I_2^p = \sqrt{\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}}$ とその時間増分 $\dot{I}_2^p$ が以下のような関係式を満たす。

$$\dot{I}_2^p = a(\eta^*) [I_2^p]^2 \dots\dots\dots (1)$$

η^* は応力比テンソルで $a(\eta^*)$ は応力比の関数である。この式はリャプノフ関数の意味で $a(\eta^*) \leq 0$ のときは、この微分方程式の解である粘塑性ひずみ速度 I_2^p は収束し安定であるが、 $a(\eta^*) > 0$ のときは逆に不安定となる。足立・岡モデルにはクリープ破壊など、ひずみ速度非依存性を表現するためにひずみ軟化項(第二材料関数) $\Phi_2(\xi)$ が導入されている。岡ら²⁾はこの $\Phi_2(\xi)$ を導入しない場合は $a(\eta^*) \leq 0$ で材料は安定であるのに対して、導入した場合は $a(\eta^*) > 0$ となり不安定となる応力状態が存在することを明らかにした。また、局所化解析においても $\Phi_2(\xi)$ なしではせん断帯の発生を表現するのが困難であるとしている。

ここで、正規圧密粘土に対して提案された足立・岡モデルの過圧密領域についてを考えてみる。以上の議論は一般応力状態におけるものであったが、簡単のため三軸応力状態を考えると、足立・岡モデルの粘塑性ひずみ速度テンソル $\dot{\varepsilon}_{11}^{vp}$ は非排水クリープ状態において以下のように与えられる。

$$\dot{\varepsilon}_{11}^{vp} = C' \exp \left\{ m' \left(\frac{1}{M} \eta + \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} - \frac{1+e}{\lambda-\kappa} v^p \right) + \ln(\Phi_2) \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 C', m' は粘塑性パラメータ、 M は破壊応力比、 η は応力比、 σ'_m は平均有効応力、 σ'_{m0} は初期平均有効応力、 e は間隙比、 λ は圧縮指数、 κ は膨潤指数である。ひずみ軟化を表す Φ_2 の項を考慮しない場合を考え、式(2)の両辺を時間で微分し $\dot{\varepsilon}_{11}^{vp}$ で式を整理すると、粘塑性ひずみ速度の時間増分 $\dot{\varepsilon}_{11}^{vp}$ と粘塑性ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_{11}^{vp}$ の間に以下のような関係式が成り立つ。

$$\dot{\varepsilon}_{11}^{vp} = a(\eta) [\dot{\varepsilon}_{11}^{vp}]^2 \dots\dots\dots (3)$$

$$a(\eta) = -m' \frac{1+e}{M\kappa} \left(\eta - M \right) \left(\eta - \frac{\lambda}{\lambda-\kappa} M \right) \dots\dots\dots (4)$$

式(3)は式(1)と同型であり、式(4)の $a(\eta)$ の正負によって安定性を検討することができる。式(4)は応力比 η の2次関数であり、 $\eta > M$ かつ $\eta < \frac{\lambda}{\lambda-\kappa} M$ のとき、 $a(\eta)$ が負となることがわかる。従って、図1の斜線部に示すような $M < \eta < \frac{\lambda}{\lambda-\kappa} M$ の応力状態にあるときは、材料が不安定な状態となりひずみ速度は増加していくことになる。

低拘束圧の過圧密状態からの非排水クリープを始めたとしても、図1の点線で示すような有効応力経路となり、応力比は単調に減少していくと考えられ、過圧密領域における足立・岡モデルはひずみ軟化項を考慮しなくても不安定な応力状態となり得ることがわかる。

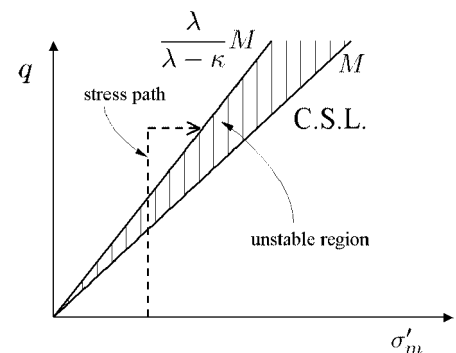


図1 材料不安定領域の概略図

3. 飽和粘土の弾粘塑性構成式

岡ら³⁾は、足立・岡モデルをより一般化し、過圧密領域の挙動をも表現可能に拡張したひずみ硬化－軟化型弾粘塑性構成式(以下、飽和粘土モデルとする)を誘導した。飽和粘土モデルの粘塑性ひずみ速度テンソル $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}$ は以下のように定義される。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = C_{ijkl} \langle \Phi_1(f_y) \rangle \Phi_2(\xi) \frac{\partial f_p}{\partial \sigma'_{kl}}, \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\Phi_1(f_y) = \sigma'_m \exp \left\{ m' \left[\left\{ (\eta_{ij}^* - x_{ij}^*) (\eta_{ij}^* - x_{ij}^*) \right\}^{\frac{1}{2}} + \tilde{M}^* \left| \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{ma0}} - y_m^* \right| \right] \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$dx_{ij}^* = B_1^* (M_f^* de_{ij}^{vp} - x_{ij} d\gamma^p), \quad de_{ij}^{vp} = d\varepsilon_{ij}^{vp} - \frac{1}{3} dv^p \delta_{ij}, \quad d\gamma^p = \sqrt{de_{ij}^{vp} de_{ij}^{vp}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$dy_m^* = dy_{m1}^* + dy_{m2}^*, \quad dy_{m1}^* = B_2^* (A_2^* dv^p - y_{m1}^* |dv^p|), \quad dy_{m2}^* = \frac{1+e}{\lambda-\kappa} dv^p \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\Phi_2(\xi) = 1 + \xi, \quad \xi = \frac{M_f^* \bar{\eta}_{x(0)}^*}{G_2^* \left\{ M_f^* - \frac{\eta_{mn}^* (\eta_{mn}^* - x_{mn}^*)}{\bar{\eta}_x^*} \right\}}, \quad \bar{\eta}_x^* = \left\{ (\eta_{ij}^* - x_{ij}^*) (\eta_{ij}^* - x_{ij}^*) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\sigma_{ij}^* = \frac{1}{\tau} \int_0^z \exp(-(z-z')/\tau) \sigma_{ij}(z') dz', \quad dz = \sqrt{de_{ij} de_{ij}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 C_{ijkl}, m' は粘塑性パラメータである。硬化パラメータには非線形移動硬化則に基づき、粘塑性偏差ひずみに依存する x_{ij}^* と、粘塑性体積ひずみに依存する y_m^* を用いる¹⁾。 $d\gamma^p$ は粘塑性偏差ひずみ増分 de_{ij}^{vp} の不変量、 dv^p は粘塑性体積ひずみ増分、 B_1^*, B_2^*, A_2^* は材料定数、 M_f^* は破壊時の応力比、 e は間隙比、 λ は圧縮指数、 κ は膨潤指数、 δ_{ij} は Kronecker の Delta である。 σ'_{ij} は有効応力テンソル、 σ'_m は平均有効応力テンソル、 η_{ij}^* は応力比テンソル、 $\tilde{M}^*$ はダイレイタンシー係数、 f_p は塑性ポテンシャル関数である。 $\Phi_2(\xi)$ は応力履歴比¹⁾(応力履歴 σ_{ij}^* の比、 de_{ij} は全偏差ひずみ増分)によって定義されるひずみ軟化を表す関数で、 τ は材料定数である。

4. ひずみの局所化解析による飽和粘土の弾粘塑性構成式の不安定性の検討

前節で誘導した新しいモデルでは不安定解析は行っていないが、ここでは数値解析によってひずみの局所化の観点から不安定性を検討する。そこで、有限変形水－土連成有限要素法による平面ひずみ圧縮試験のシミュレーションを図2に示すような境界条件のもと、ひずみ制御で行った(ひずみ速度 0.1%/min)。図3は軸ひずみ 12%での変形図であるが、正規圧密粘土ではひずみ軟化項 Φ_2 がなければ局所化が現れにくいのに対して、過圧密粘土では軟化項がなくても明確なせん断帯が発生していることがわかる。

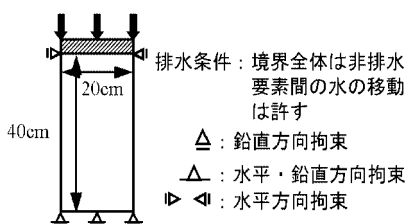
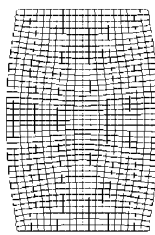
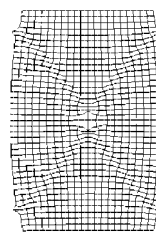


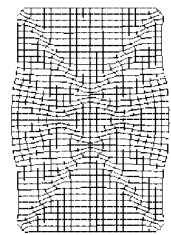
図2 供試体寸法および境界条件



NC Φ_2 なし



NC Φ_2 あり



OC Φ_2 なし

図3 軸ひずみ 12%時の変形図

5. まとめ

足立・岡モデルを過圧密粘土に適用したところ、ひずみ軟化を表す第二材料関数がなくても材料は不安定になることを示した。また、正規圧密粘土と過圧密粘土の挙動を統一的に表現可能なひずみ硬化－軟化型弾粘塑性構成式を用いて数値解析を行ったところ、過圧密粘土ではひずみ軟化項を考慮しなくても不安定、すなわちひずみの局所化が発生することが新たにわかった。これは足立・岡モデルが過圧密領域において不安定であることと比べて興味深い。今後、新しいモデルについても不安定解析を行い、数値解析結果との関係を検討する予定である。

参考文献

- 1) Adachi, T. and Oka, F., Constitutive equations for normally consolidated clay based on elasto-viscoplasticity, Soils and Foundations, 22, 4, pp.57-70, 1982.
- 2) Oka, F., Adachi, T. and Yashima, A., A strain localization analysis using a viscoplastic softening model for clay, Int. J. Plasticity, 11, 5, pp.523-545, 1995.
- 3) 岡・木元・肥後, 飽和粘土の弾粘塑性構成式(その1)－構成式の誘導－, 第36回地盤工学研究発表会, 2001.