密度や拘束応力の違いを考慮した構成式の特徴

名古屋工業大学　正会員　○檜尾 正也
名古屋工業大学　正会員　中井 照夫
名古屋工業大学大学院　学生会員　是永 雄一
名古屋工業大学大学院　学生会員　長井 弘明

はじめに

地盤材料は鋼材やコンクリートとは変形･強度特性に大きな違いがある。拘束応力や密度によって強度が大きく異なることやせん断時の体積変化(ダイレイタンシー特性)がその代表的な例である。このような地盤材料の特性を地盤の応力･変形解析で適切に表現するには要素レベルでの変形・強度特性を表現した構成モデルが不可欠である。現在までに橋口の下負荷面の概念[1)]を参考にした弾塑性構成モデル(*subloading* t_{ij} - *sand model*[2)])を開発しており、ここではこのモデルの妥当性を検証し、実測値との比較･検討を行った。

構成モデルの概要

従来から提案されている弾塑性構成モデル(t_{ij} - *sand model*[3)])の特徴として修正応力 t_{ij} を用いることによって変形･強度特性におよぼす中間主応力の影響を妥当に評価し、塑性ひずみ増分を t_{ij} 空間で関連流動則に従う成分 $d\varepsilon_{ij}^{p(AF)}$ と等方的な圧縮成分 $d\varepsilon_{ij}^{p(IC)}$ に分けることによって、塑性ひずみの応力経路依存性を説明することができる。さらに *subloading* t_{ij} - *sand model* では上記の特徴をそのままに、密度を表すパラメータ d を用い、密な砂を過圧密粘土,非常に緩い砂を正規圧密粘土と同様に扱うことによって、砂の変形･強度特性におよぼす密度や拘束応力の影響を適切に表現することができる。以下に *subloading* t_{ij} - *sand model* の概要を説明する。

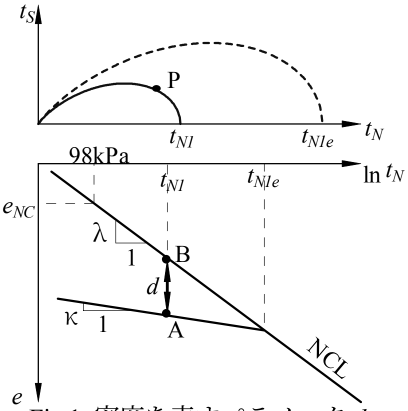

Fig.1 密度を表すパラメータ d

降伏関数は修正応力 t_{ij} に基づく平均応力 t_N および応力比 X を用いて次式で与える。

$$f = \ln t_N + \frac{1}{\beta}\left(\frac{X}{M^*}\right)^{\beta} - \ln t_{N1} = 0 \tag{1}$$

subloading t_{ij} - *sand model* では、塑性ひずみ増分および比例係数Λは密度を表すパラメータ d を用いて以下で与える。

$$d\varepsilon_{ij}^{p(AF)} = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \quad , \quad \Lambda = \frac{\dfrac{\partial f}{\partial \sigma_{lm}} d\sigma_{lm}}{\dfrac{1}{C_p}\left(\dfrac{\partial f}{\partial t_{kk}} + \dfrac{G(d)}{t_N}\right)} \tag{2}$$

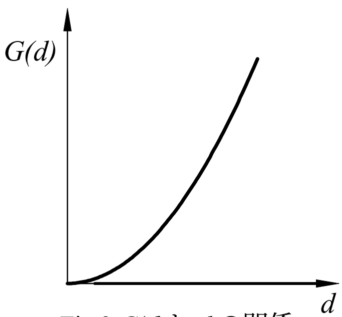

Fig.2 $G(d)$と d の関係

ここに、d は Fig.1 で示すように $d=(\lambda-\kappa)\ln(t_{N1e}/t_{N1})$で表され、同じ応力状態にある正規圧密状態での間隙比(B 点)と現在の間隙比(A 点)の差を表す。また、$G(d)$は d の関数として Fig.2 に示すように d の単調増加関数として $G(d)=a\cdot d^2$ で与える。

ここで比較のため橋口の下負荷面の概念をそのまま適用し定式化を行った場合の比例係数Λを以下に示す。

$$\Lambda = \frac{\dfrac{\partial f}{\partial \sigma_{lm}} d\sigma_{lm}}{\dfrac{1}{C_p}\dfrac{\partial f}{\partial t_{kk}} + \dfrac{U \ln R}{R}\left\|\dfrac{\partial f}{\partial t_{ij}}\right\|} \quad (R=t_{N1}/t_{N1e}\text{:過圧密比の逆数}) \tag{3}$$

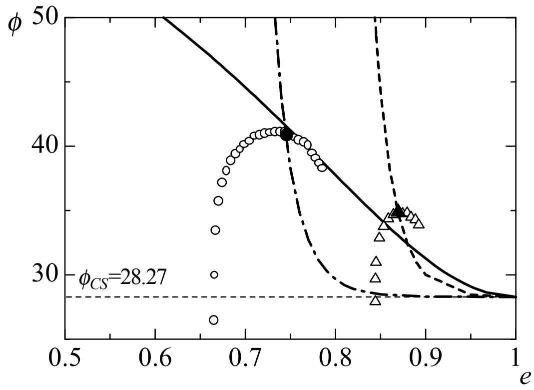

Fig.3 ϕと間隙比 e の関係

このように比例係数Λを与えることによって密度や拘束応力の異なる砂の強度の違いを表現することができる。しかし、(2)式の係数 a や(3)式の係数 U を密度あるいは拘束応力を変えたせん断試験結果を用いて決定することになるが、(3)式の定式化では密度の異なる砂の強度を直接的に決定することができない。これを平均主応力(p=196kPa)一定での三軸圧縮せん断時を例にして説明する。Fig.3 にϕと間隙比 e の関係を示す。○プロットは密な砂(e_{196}=0.66)の実測値、△プロットは緩い砂(e_{196}=0.85)の実測値である。またそれぞれピーク強度時を黒塗りのプロットで

キーワード：砂、三軸試験、構成式、密度、ダイレイタンシー
連絡先(住所：名古屋市昭和区御器所町、電話・FAX：052-735-5485)

示す。図中の線は構成モデルにおけるピーク強度時のϕと間隙比 e の関係である。(3)式の定式化において、密な砂のピーク強度で土質パラメータを決定した場合(一点鎖線)、緩い砂の強度を過小評価する。逆に緩い砂に合わせて決定した場合(破線)は密な砂の強度を過大評価する。また、(3)式では比例係数Λの分母の第 2 項に$\partial f/\partial t_{ij}$のノルムが含まれるため、直接的に強度を密度で表現することができない。一方、(2)式のように定式化を行うと密度と強度が直接に関係付けられ、$G(d)$を実測値から決定(図中の実線)することができる。次に,この提案モデルによる解析値と実測値の応力～ひずみ関係の比較を Fig.4 に示す。この図から提案モデルは(3)式の定式化よりも実測値の傾向を適切に表現している。

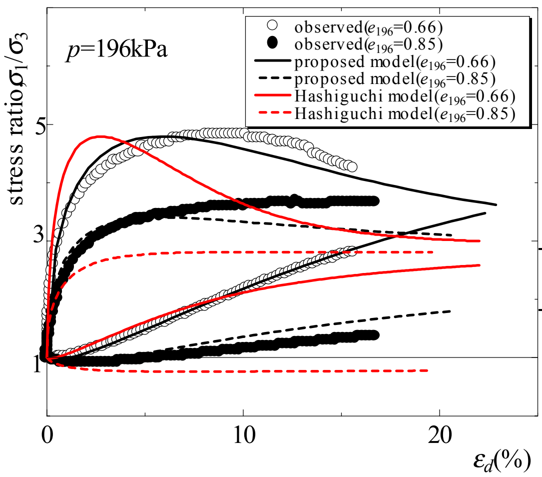

Fig.4 平均主応力一定での三軸圧縮せん断時の応力～ひずみ関係

この定式化で密度を表す指標 d は単調せん断時に単調減少し続け、最終的に *critical state* では d=0 とならなければならない。そこで、d の変化量Δd について Fig.5 に示すせん断時の応力～ひずみ関係を例に説明する。過圧密状態(d>0)での塑性体積ひずみ増分を $d\varepsilon^p_{v(OC)}$とし、同じ応力状態における仮想上の正規圧密状態での塑性体積ひずみ増分を $d\varepsilon^p_{v(NC)}$とすると、これらは以下のように表される。

$$d\varepsilon^p_{v(OC)} = \frac{\dfrac{\partial f}{\partial \sigma_{lm}}\cdot d\sigma_{lm}}{\dfrac{1}{C_p}\left(\dfrac{\partial f}{\partial t_{kk}}+\dfrac{G(d)}{t_N}\right)}\cdot\frac{\partial f}{\partial t_{nn}} = C_p\cdot\frac{df}{1+\dfrac{G^*}{\dfrac{\partial f}{\partial t_{kk}}}} = C_p\cdot\frac{df}{H} \qquad (4)$$

$$d\varepsilon^p_{v(NC)} = \frac{\dfrac{\partial f}{\partial \sigma_{lm}}\cdot d\sigma_{lm}}{\dfrac{1}{C_p}\cdot\dfrac{\partial f}{\partial t_{kk}}}\cdot\frac{\partial f}{\partial t_{nn}} = C_p\cdot df \qquad (5)$$

ここに、$df=\dfrac{\partial f}{\partial \sigma_{lm}}\cdot d\sigma_{lm}$, $G^*=\dfrac{G(d)}{t_N}\geq 0$, $H=1+\dfrac{G^*}{\dfrac{\partial f}{\partial t_{kk}}}$

この(4),(5)式を用いて、d の変化量Δd は次のように表される。

$$\Delta d = \left(d\varepsilon^p_{v(OC)} - d\varepsilon^p_{v(NC)}\right)\cdot(1+e) = (\lambda-\kappa)\left(\frac{1}{H}-1\right)\cdot df \qquad (6)$$

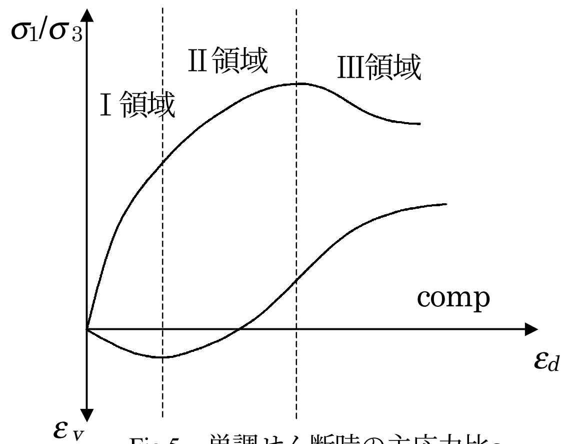

Fig.5 単調せん断時の主応力比～偏差ひずみ関係

I 領域：ひずみ硬化(df>0, $\partial f/\partial t_{kk}+G^*$>0), 体積圧縮($\partial f/\partial t_{kk}$>0)

ひずみ硬化,体積圧縮より､H>1 であることから $1/H$ - 1<0 となる。

よってΔd <0 となり、d は単調減少する。

II 領域：ひずみ硬化(df>0, $\partial f/\partial t_{kk}+G^*$>0), 体積膨張($\partial f/\partial t_{kk}$<0)

ひずみ硬化,体積膨張より、H<0 であることから $1/H$ - 1<0 となる。よってΔd <0 となり、d は単調減少である。

III領域：ひずみ軟化(df<0, $\partial f/\partial t_{kk}+G^*$<0), 体積膨張($\partial f/\partial t_{kk}$<0)

ひずみ軟化,体積膨張, G^*>0 より H<1、また$\partial f/\partial t_{kk}$ +G^*<0 を$\partial f/\partial t_{kk}$<0 で除することから H>0 となる。したがって、1>H>0 より $1/H$ - 1>0 となる。結果、Δd <0 となり、d は単調減少である。

限界状態：df=0, $\partial f/\partial t_{kk}$ +G^*=0, $\partial f/\partial t_{kk}$ =0

限界状態では、G^*=0,d=0 となり、さらに df=0 であるためΔd =0 となる。

以上より、I ,II,IIIの全領域を通して d はせん断の進行とともに単調に減少しつづけ､最終的に限界状態でΔd=0,d=0 となる。

まとめ

密度を表すパラメータ d を用いた関数 $G(d)$を直接的に強度と関連付けた定式化を行うことによって、提案モデルは実測値を妥当に表現できることを示した。さら、初期密度が異なっていても単調せん断時には塑性ひずみの進行に伴い d の値は小さくなり、最終的に d=0&$\partial f/\partial t_{kk}$ なる限界状態に至ることを示した。

《参考文献》

1) Hashiguchi, K.：Constitutive equation of elastoplastic materials with elasto-plastic transition, j. Appl, Mech., ASME, Vol.102, No.2, pp.266-272, 1980.
2) T. Nakai et al:Shear behavior of sand under monotonic and cyclic loadings and its elastoplastic modeling.,Proc. of 10th IACMAG.,Vol.1, pp.367-372,2001.
3) Nakai, T.：An isotropic hardening elastoplastic model for sand considering the stresspath dependency in three-dimensional stresses, Soils and Foundations, Vol. 29, No. 1, pp.119-137, 1989.