乱流気液界面におけるガス交換係数の数理モデル

九州大学 総理工学 津守博通 正 杉原裕司 松永信博 第一復建(株) 高崎敦彦

<u>1. はじめに</u>

気液界面の乱流伸縮効果を考慮した浸透理論を用 いて,Danckwerts¹⁾の表面更新モデルの修正を試みた. また,得られたガス交換係数の数理モデルを振動格子 乱流場における O₂,CO₂の再曝気実験に適用し,気液 界面でのガス交換機構について考察した.

<u>2. 数理モデルの導出</u>

単位接触面積の気液界面において,低濃度の流体が 非定常に界面を更新しガス吸収を行っている微小な エレメント考える.発生から時間 *r* 経過したエレメン トの年令分布関数を $\phi(\tau)$ とすると,定常場の平均的な ガスフラックス *F* は,年令 τ のエレメントのフラック ス *F*。を用いて,次のように表される.

$$F = \int_0^\infty F_e \cdot \phi \ d\tau \tag{1}$$

界面伸縮によるガス吸収を考慮した F_eの浸透理論 式を導出する.界面を原点とし,鉛直下向きにz軸を とる.界面近傍の液膜内においては水平方向の流速勾 配が一定と見なせるものと仮定すると,連続の式より

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\alpha \quad (const.)$$
(2)

となる . *z* = 0 で *w* = 0 を考慮すれば,鉛直流速 *w* は次 式のように表される.

$$w = -\alpha z \tag{3}$$

ここで,αは界面の伸縮速度²⁾であり,正の定数として 定義する.溶存ガスの拡散方程式は,界面伸縮の効果 を最低次で取り込んだ次式を考える.

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \alpha z \frac{\partial C}{\partial z} = D_m \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}$$
(4)

ここで, *D*_m は溶存ガスの分子拡散係数である.いま, 界面から離れた bulk 領域のガス濃度を*C*_∞とし, 飽和 濃度を *C*_s で表せば, (4)式を解く上での初期条件およ び境界条件は次式で表される.

$$I.C. \quad C = C_{\infty} \quad at \ t = 0$$

B.C.
$$C = C_{s} \quad at \ z = 0; \ C \to C_{\infty} \quad as \ z \to \infty$$
 (5)

これらの条件のもとで(4)式を解き,その解析解に基づ

いて年令τのエレメントのガスフラックスを求めると 次式のようになる.

$$F_{e} = -D_{m} \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{D_{m} \alpha} (C_{s} - C_{\infty}) \frac{1}{\sqrt{1 - e^{-2\alpha \tau}}}$$
(6)

ただし,(6)式はα>0の領域,すなわち界面近傍でw< 0の領域(上昇流域)に対する理論式である.

年令分布関数 $\phi(\tau)$ は,表面更新説の標準理論にならって,次のように与える.

$$\phi(\tau) = \frac{S}{2} e^{-S\tau} \tag{7}$$

ここで, S は単位接触面積のうち単位時間当たりに更 新される面積を表す表面更新率である.本研究では α> 0 の領域においてのみガス吸収が行われていると 仮定している.式中の 1/2 の係数は,その領域が単位 接触面積の半分(=1/2)であると仮定して掛けられた 係数である.

(1),(6),(7)式から次の平均フラックスが得られる.

$$F = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{D_m \alpha} \left(C_s - C_\infty \right) \frac{\mu}{2} B \left(\mu , \frac{1}{2} \right)$$
(8)

ここで, μ は $\mu = S / 2\alpha$ で定義されており,表面更新率 と界面伸縮速度の比を表す. $B(\mu, 1/2)$ はベータ関数で あり,ガンマ関数を用いて表すことができる.

以上より,本理論によるガス交換係数は次式のよう に与えられる.

$$k_{L} = \kappa(\mu) \sqrt{D_{m} \alpha} \tag{9}$$

ここで, $\kappa(\mu)$ は μ をパラメータとする係数であり, 次のように定義される.

$$\kappa(\mu) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\mu}{2} B\left(\mu, \frac{1}{2}\right)$$
(10)

応力方程式モデルの第一近似として,界面近傍の乱 流拡散係数が次式で表せるものとする.

$$D_{turb} = C_{\theta} \frac{k_s}{\varepsilon_s} \overline{w'^2} \cong C_{\theta} \frac{k_s}{\varepsilon_s} \alpha^2 z^2$$
(11)

ここで, $w' \cong -\alpha_z$ の関係を用いている. C_{θ} はモデル定数(≈ 0.35), k_s および ε_s はそれぞれ界面近傍における

キーワード:ガス交換,乱流,気液界面,表面更新,再曝気 〒816-8580 福岡県春日市春日公園6-1 Tel:092-583-7549 Fax:092-592-8447 乱れエネルギーとエネルギー散逸率である.濃度境界 層内における,分子拡散と乱流拡散によるトータルガ スフラックスは鉛直方向に一定である.z=0では分子 拡散が支配的であるが,濃度境界層の深さ $z = \delta$ 程度 では乱流拡散が支配的であろう.そこで, $z=\delta/2$ にお いて $D_m=D_{turb}$ であると仮定すると,境界層厚さ δ は(11) 式より次式のように表せる.

$$\delta = \frac{2}{\alpha} \sqrt{\frac{D_m}{C_\theta} \frac{\varepsilon_s}{k_s}}$$
(12)

今,界面でのガス交換係数に対して境膜モデルが適用 できるとする.その場合 kLは次式のように表される.

$$k_L = \frac{D_m}{\delta} \tag{13}$$

従って,(9),(12),(13)式から,αは次式で表せる.

$$\alpha = \frac{4}{C_{\theta}} \kappa^2(\mu) \frac{\varepsilon_s}{k_s} \tag{14}$$

以上より,(9),(14)式から,規格化されたガス交換係 数の算定式は次式のようになる.

$$\frac{k_{L}}{k_{S}^{\frac{1}{2}} \cdot S_{C}^{-\frac{1}{2}}} = \frac{2\kappa^{2}(\mu)}{\sqrt{C_{\theta}}} R_{ts}^{-\frac{1}{2}} ; R_{ts} \equiv \frac{k_{S}^{2}}{\nu \varepsilon_{S}}$$
(15)

ここで, $S_{\rm C}$ はシュミット数 ($\equiv v/D_m$), v は流体の動 粘性係数, $R_{\rm ts}$ は $k_{\rm S}$, $\varepsilon_{\rm S}$ で定義される乱流レイノルズ数 である.上式は,いわゆる large-eddy model とは異な ることに注意すべきである.式中の $\kappa(\mu)$ は定数ではな く $\mu = S/2\alpha$ の関数であり,large-eddy model との差異を 表現する係数である.したがって,適切な μ さえ与え れば,(15)式は幅広いガス交換現象に適用できるもの と考えられる.

3. 数理モデルの適用

得られたガス交換係数の数理モデルを振動格子乱 流場における O₂, CO₂の再曝気実験^{3),4)}の結果へ適用 した.その際, k_s, ε_sの値が必要となるが,これらの 算定については Matsunaga et al.⁵⁾の振動格子乱流場の 乱れ特性に関する半理論式を用いた.

図-1 は,(15)式の定義にしたがって規格化した k_L と R_{ts}の関係を示したものである.ここで, z_S は界面から格子振動中心までの深さを示し,図中の実線は fitting curve を表している.z_Sの比較的大きいケースに 着目すると,このように規格化された k_L はトレーサー ガスによらず普遍的な関係を示し,このことは数理モ デルの妥当性を示唆する.また無次元 k_L は,低レイノ



図-2 µと R_{ts}の関係

ルズ数領域では R_{ts} の-1/2 乗に比例し,高レイノルズ数 領域では-1/4 乗に比例して減衰する.z_s が小さくなる にしたがって,界面の動揺の効果によりガス交換が促 進されることがわかる.特に,z_s が最も小さいケース では,無次元 k_s が R_{ts}に対して急激に増大している. これは,低水位での格子振動によって界面崩壊が起こ り,ガス交換が著しく促進されるためである.

図-2 は,(10),(15)式に基づいて求めた μ の値を R_{ts} に対してプロットしたものである.ここで,図中の実線は fitting curve を示す. z_s が大きいケースでは R_{ts} に対する μ の変化は小さいが,界面崩壊を伴うケースでは R_{ts} とともに急激に増大することがわかる.図中の fitting curve のような関係をうまく定量化すれば,本研究の数理モデルを用いてガス交換係数を精度良く評価できることになる.したがって, μ を定量化することが今後の課題である.

参考文献

Dankwerts, P.V.: *Ind.Eng. Chem.*, 43, 1460, 1951.
 2)粟谷・安部:第26回年次講演会概要集, 491, 1971.
 3)Chu, C. R. and Jirka, G. H.: *Int.J.Heat Mass Transfer*, 35, 1957, 1992.

4)嶋田他:機械学会論文集(B), 64(621), 1470, 1998.5)Matsunaga, N. et al. :*Fluid Dyn. Res.*, 25(3), 147, 1999.