

simple scaling が成立する地域での洪水流量のスケーリング

防災科学技術研究所 正会員 ○葛葉泰久
 京都大学防災研究所 正会員 友杉邦雄
 防災科学技術研究所 フェロー 岸井徳雄

1. 序論

従来から ‘*regional flood frequency*’ をキーワードに、流域、さらにはそれらの集合である、地域(*region*)からの洪水流量とその生起確率、流域・地域の空間スケールの関係を明らかにしようという研究が盛んに行われてきたが、この種の研究は治水計画の観点から非常に重要である。近年 *simple scaling* / *multiscaling* という概念が導入され、洪水流量とその頻度の関係のスケーリングに関する議論がなされてきた。本稿では、比較的扱いが容易である *simple scaling* に焦点をあて、それが成立するであろうと予想される地域を対象に、成立の可否を調べる。

2. 洪水流量のスケーリング^{1), 2), 3)}

ある地域 D に含まれる領域 A (流域面積を $|A|$ とする) からの、ピーク流量を $Q(A)$ とし、 $P[Q(A) > q_p(A)] = p$ を満たす $q_p(A)$ を、領域 A からの、超過確率 p 、リターンピリオド $1/p$ に対する、 $1/p$ 年確率水文量とする。いま、 D 内の $q_p(A)$ が場所に依らず、空間スケール $|A|$ にのみ依存する場合、 $q_p(A)$ は、パワー則で表現できることが知られている。すなわち、

$$q_p(A) = q_p(1)|A|^{\theta(p)} \quad (1)$$

である。ここに、 $\theta(p)$ は一般に p に依存する。ただし、地域 D 内のスケーリングの挙動が、*simple scaling* に従うなら $\theta(p) = \theta(\text{constant})$ となる。*simple scaling* の満たすべき条件は、

$$Q(\lambda A) = g(\lambda) Q(A) \quad (2)$$

であり、式 (2) 中の $g(\lambda)$ は、 $g(\lambda) = \lambda^\theta$ で表せるからである。なお、式 (2) の等号は、確率構造が同じであることを表す。 $Q(A)$ が *simple scaling* に従う場合、以下の 3 つの式が容易に導かれる。

$$E[Q^n(A)] = |A|^{\theta n} E[Q^n(1)] \quad (3) \quad \log E[Q^n(A)] = \theta n \log |A| + \log E[Q^n(1)] \quad (4)$$

$$\log q_p(A) = \theta \log |A| + \log q_p(1) \quad (5)$$

ここに、 $E[Q^n(A)]$ は $Q(A)$ の n 次モーメントである。

以上より、 D 内で *simple scaling* の仮定が成立するなら、(a) $E[Q^n(A)]$ と $|A|$ は *log-log linear* な関係となり、その直線の傾きを $s(n)$ とするなら $s(n) = \theta n$ となる。(b) $q_p(A)$ と $|A|$ も *log-log linear* な関係となり、その傾き θ は、超過確率 p に依らず、一定値をとる。の二つが成立する。Gupta らは、Gupta and Waymire (1990) では (a) の方法を用い、実流域での $s(n)$ の性状、すなわち $s(n) = \theta n$ となるか否かを調べている。また、Gupta and Dawdy (1995) では、USGS (U.S. Geological Survey) のデータをもとに、(b) の方法で、*simple scaling*, *multiscaling* について論じている。本稿では、(a), (b) の両方の方法を用い、考察を行う。

3. 解析方法

Gupta and Dawdy (1995) は、「融雪流出が卓越する地域では *simple scaling* が成立する」という仮説をたて、USGS のデータをもとに、それを検証している。著者らは、日本の河川流域を 6 つに分類している⁴⁾が、本稿では、その区分による「レジム H」(北海道地方で、春期の流出が卓越している)に属す流域のデータをもとに、前章の (a), (b) により、「レジム H に属す流域が *simple scaling* に従うか否か」を検証してみた。データ

Keywords: *regional flood frequency*, *simple scaling*, *scaling exponent*, *quantile*

連絡先: つくば市天王台 3-1, Tel & Fax 0298-51-6451

として、流量年表の年最大流量を毎年最大値資料として用いた。ただし、レジム H に属す流域のうち、データが 20 年以上ある流域だけを選んだ。まず、(a) の検討を行うために、 $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ として、 $Q(A)$ の n 次モーメントを求め、 $s(n)$ を各 n について求めた。次に、(b) の検討を行うため、毎年最大値資料が *Gumbel* 分布に従うと仮定し、小標本の場合の頻度係数を用いて、 $1/p$ 年確率水文量を求めた。 $1/p$ (リターンピリオド) の値として、5, 10, 20, 50, 100 をとった。そして、リターンピリオドごとに θ を求め、それらを比較した。

4. 結果と考察

北海道の流域は、ほとんどがレジム H に属し、春期の流出が大きい⁴⁾。これら、レジム H に属す流域に対し、一次のモーメント、 $E[Q(A)]$ と $|A|$ の関係を示したのが図-1 である。同様に $n = 2, 3, 4, 5, 6$ の場合についても回帰計算を行い、 n と $s(n)$ の関係を示したのが図-2 である。また、表-1 には、 $1/p = 5, 10, 20, 50, 100$ に対する θ , $q_p(1)$, r^2 を示した。これらの議論をする前に、対象地域が *homogeneous* かどうかを確認する必要があるが、その定義、「(A の位置ではなく) 空間スケール $|A|$ によって $q_p(A)$ が規定されていること」を、「十分に *log-log linearity* が成立していること」と解するならば、図-1、表-1 中に示したように、また、(a) の検討における、他の n 次モーメントに関して、すべて、決定係数が 0.8 程度の値を示すことで、それが示されていると考える。また、図-2 から、 $s(n) = n\theta$ は 6 次までの範囲で成立していると考えられる ((a) の検討結果)。さらに、表-1 から、リターンピリオドを変化させても、 θ の値はほぼ一定であると言える ((b) の検討結果)。以上より、本稿で対象とした地域では、*simple scaling* が成立していると考えられる。これは、Gupta and Dawdy (1995) の仮説を追認するものである。ただし、厳密には、*simple scaling* が成立している場合には、 CV (変動係数) がスケールにかかわらず一定になる。対象流域の CV は、スケールの増加に伴って若干減少しているように見える (図-3 及び文献 4))。また、若干の θ の減少傾向 (表-1) から、「完全に *simple scaling* が成立している」わけではない。

5. 結論

本稿で対象とした地域では、*simple scaling* がほぼ成立していると言える。また、以下の式が得られた。

$$q_p(A) = q_p(1)|A|^\theta \quad (6)$$

ここで、 θ は、リターンピリオド 5 年～100 年に対し、0.7736～0.7512 の値をとる。

参考文献：

- 1) Gupta, V.K. and E.C. Waymire: Spatial variability and scale invariance in hydrologic regionalization, in Scale dependence and scale invariance in hydrology, ed. G. Sposito, pp.88-135, Cambridge Univ. Press, 1998.
- 2) Gupta, V.K. and E.C. Waymire: Multiscaling properties of spatial rainfall and river flow distributions, J. Geophys. Res., 95, pp.1999-2009, 1990.
- 3) Gupta, V.K. and D.R. Dawdy: Physical interpretations of regional variations in the scaling exponents of flood quantiles, Hydrological Processes, 9, pp.347-361, 1995.
- 4) 葛葉・友杉・岸井・早野: 水文レジムによる河川流域区分, 水文・水資源学会誌, 14, 2001.

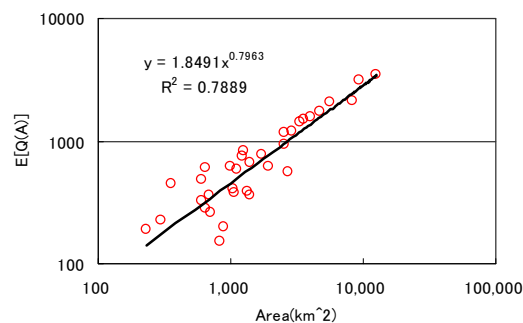


図-1

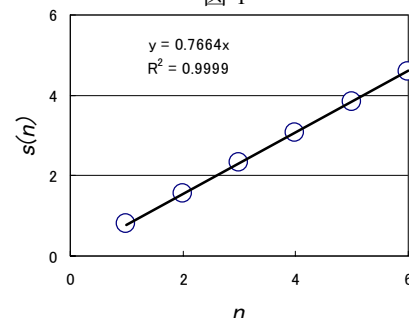


図-2

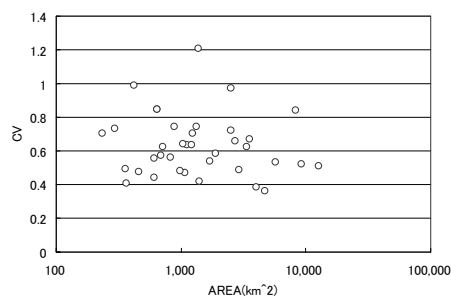


図-3

表-1

$1/p$	θ	$q_p(1)$	r^2
5	0.7736	3.3554	0.8006
10	0.7646	4.5501	0.7997
20	0.7590	5.7038	0.7977
50	0.7540	7.2086	0.7947
100	0.7512	8.3391	0.7927