

指数関数情報を加えた 1VNME 分布と月降水量の頻度分析

信州大学工学部 正会員 ○寒川 典昭
中央コンサルタンツ 増田 俊宏

1. はじめに

従来、1VNME 分布(1-Variate Nonstationary Maximum Entropy 分布)を提案し、統計モーメントを情報としてその有効性を検討してきた^{1),2),3)}。しかし、これでは多くの情報を必要とし、確率水文量が安定しないという問題が存在する。⁴⁾ 本研究では、この問題を解決するため、統計モーメントと指数関数の期待値を情報とした 1VNME 分布を新たに開発し、実データへ適用した。この研究を行う中で、指数関数情報を 1VNME 分布に加えることが特徴であり、ME 原理(Maximum Entropy 原理)により得られた母集団の分布形を、ヒストグラムと対応させその適合性を検討し、どの情報が有効的であるかということの時系列的に判断する。また、非定常な確率水文量を算定し、そのばらつきを安定させると共に、経年変化についても検討するものである。

2. 理論式

時間 t に依存した確率変数を $x(t)$ 、その確率密度関数を $p(x(t))$ とする。確率密度関数の具備すべき条件と、統計モーメントと指数関数情報の期待値を制約条件とする。この問題をラグランジュの未定乗数法で解くと 1VNME 分布は次式で表される。

$$p(x(t)) = \exp\{-\lambda_0 - \lambda_1 x(t)^m - \lambda_2 \exp^{-nx(t)/M}\} \tag{1}$$

ここに、 $\lambda_i(t)$ はラグランジュの未定乗数である。また、 $m=1\sim 4$ 、 $n=1\sim 4$ の整数、 M は各データの平均値を採用した。

3. 実データへの適用

実データとして、長野県内の 3 つの気象官署である長野《1889 年～1998 年の 110 年間》、松本《1898 年～1998 年の 101 年間》、軽井沢《1926 年～1998 年の 73 年間》の月降水量を用いた⁵⁾。

移動部分標本の長さは 31 個 (松本($t=1\sim 71$))とした。31 個としたのは、確率水文量の安定性と定常性が仮定できることの 2 つの条件からである。

ヒストグラムと 1VNME 分布の適合度を計る尺度として以下の条件を構築する。

- i) ヒストグラムに対する全体的な形状の適合の良さ
- ii) 分布形の裾の部分の適合の良さ

$$\text{iii) } \Delta L = \sum_j \sqrt{\sum_i \{p(x_i) - h(x_i)\}^2} \tag{2}$$

ここで、 $p(x_i)$ は i 番目の確率密度関数の高さ、 $h(x_i)$ は i 番目のヒストグラムの高さ、 j は移動部分標本の番号である。iii) に関しては ΔL の最小値をとるものを適合度が高いものとした。

この 3 つの適合条件を満たしたものを有効的な情報とした。

4. 1VNME 分布の算定と適合度の検討

ここでは、与える情報として $m=1\sim 4$ 、 $n=1\sim 4$ を用いて 1VNME 分布を算定した。ヒストグラムと 1VNME 分布の適合の例として松本 7 月を図-1～3 に示す。16 ケースの (m,n) の中で有効的であった分布は表-1 を含む適合条件より $(m,n)=(1,3)$ の時であり、図に示してあるものは、その中でも適合度が

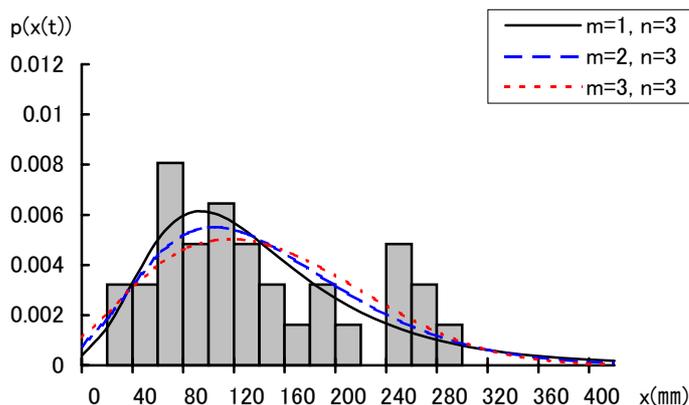


図-1 松本 7 月 ($t=5$)

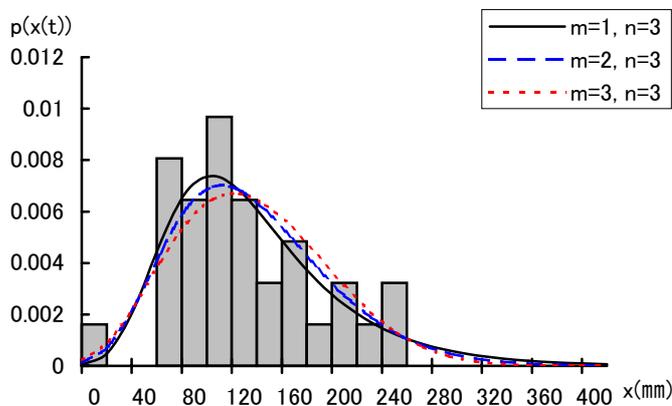


図-2 松本 7 月 ($t=33$)

キーワード：1VNME 分布、非定常、指数関数情報

連絡先：〒380-8553 長野県長野市若里 4 丁目 17 番 1 号、電話(026)-269-5302、FAX(026)-223-4480

高かったものである。1VNME 分布は、 $t=5$ で 80~100mm のピークを持ち、右裾が長く伸びた形状を示していた。 $t=33$ では、ピークは変わらないがやや尖った形状を示していた。 $t=55$ 以降、1VNME 分布は、ピーク降水が 80~100mm の右裾が長く伸びた形状を示していた。時系列的に判断すると、降水量の変化はないが降水形態は分散型を示していると考えられる。

5. 非定常な非超過確率水文学量の算定

まず、一般に利水計画では、5,10,20,30 年に一度の渇水が対象とされるため、非超過リターンピリオドを $T=5,10,20,30$ 年として非定常な非超過確率水文学量 $x_T(\text{mm})$ を算定し、その経年変化を検討する。ここで、渇水の生起する可能性の高い夏季の降水量として、松本7月に着目し検討する。図-4に上述した適合度の高い $(m,n)=(1,3)$ の松本7月の $T=30$ 年非超過確率水文学量の経年変化を示す。7月 は、表-2より非超過確率水文学量が増加傾向にある。これは、松本7月における渇水災害の安全度が増加傾向にあるということである。また、この時の変動幅は22mmであった。全体的には、夏の月で非超過確率水文学量は増加傾向、冬の月で減少傾向が示されていた。

6. あとがき

本研究では、月降水量を用いて新たに 1VNME 分布を開発し、実データを用いて 1VNME 分布を算定し、非定常な非超過確率水文学量を計算した。得られた 1VNME 分布はヒストグラムにほぼ適合しており、その形状は時系列的に変化していた。与える情報としては、 $m=4$ の場合にはパラメータが同定できない場合、適合度が悪くなる場合が存在するため、 $m=3$ 以下の情報を用いることが望ましい。また、非超過確率水文学量は経年変化を示しており、渇水の安全度が時間と共に変化していた。この変化を延長することで将来の非超過確率水文学量の予測などに用いることが期待される。

そして、本研究の非定常な非超過確率水文学量で議論すれば、計画の規模が経年的に変化していることが明示でき、いつの時点までの渇水に確率水文学量の立場で対処するかが決定されれば非超過確率水文学量の場合には、その時点までの非超過確率水文学量の最小値であるものを用いて利水計画を立案することができる。今後は、データから得られる情報の状態によってパラメータが同定できない場合についての対処、そして2変数、多変数、条件付き ME 分布などを用いて非定常頻度分析を行い、最適な任意関数 $g(x(t))$ を見つけ、これらの分布形の有効性を検討していきたいと考えている。

<参考文献>

- 1) 寒川, 荒木: 水文事象の頻度分析への MEP 導入について, 土木学会論文集, 第 335 号, pp.89-95, 1983 年.
- 2) 寒川: 非定常な 1 変数最大エントロピー分布の提案, 土木学会中部支部研究発表会講演概要集, II-38, pp.249-250, 1998 年.
- 3) 寒川, 西, 山元: 1VNME 分布に与える情報量と降水量の頻度分析, 土木学会中部支部研究発表会講演概要集, II-50, pp.231-232, 2000 年.
- 4) 寒川, 荒木, 大原: 情報の与え方と最大エントロピー分布, 第 42 回土木学会年次学術講演会概要集, II-3, pp.36-37, 1987 年.
- 5) 財団法人日本気象協会長野センター: 長野県気象月報, 1889 年~1998 年.

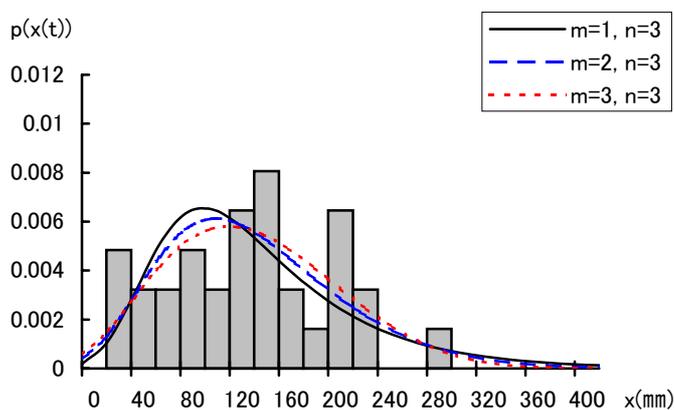


図-3 松本 7 月 ($t=71$)

表-1 ΔL の値

	n=1	n=2	n=3	n=4
m=1	1.8640	1.8332	1.8007	1.8609
m=2	2.0259	1.8556	1.8013	1.8238
m=3	1.8482	1.8975	1.8641	1.8421
m=4	*	*	*	*

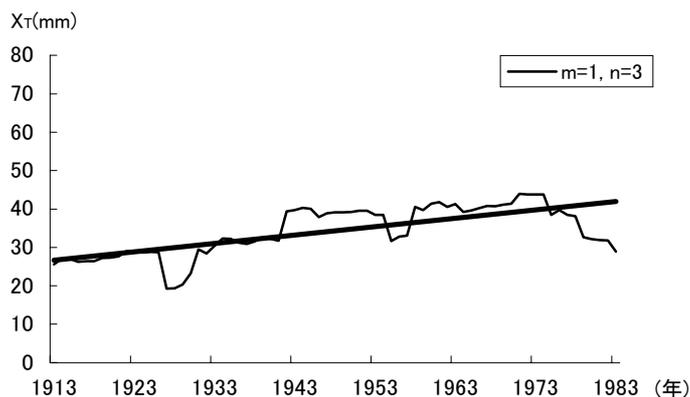


図-4 松本 7 月 ($T=30$ 年)

表-2 非超過確率水文学量の傾き (単位: mm/年)

	T=5年	T=10年	T=20年	T=30年
7月	0.2222	0.2245	0.2227	0.2185