

開水路凹部における流れの時空間構造の解析

神戸大学大学院 学生員 ○兵頭 伸幸
 神戸大学工学部 フェロー 神田 徹
 神戸大学工学部 正会員 宮本 仁志

1. まえがき

水路床に凹部をもつ開水路流れを対象として、筆者らは、PIV で計測した流速値にウェーブレット変換、固有直交関数展開(POD)を適用することにより、凹部内での循環渦や主流 - 凹部境界での組織運動など時空間スケールを異にする流れの非定常性を調べてきた^{1),2)}。本研究では、多重解像度解析(MRA)を PIV 流速値に施すことにより変動流速を各周波数帯の変動成分に分離し、それら変動成分に POD を適用することによって、循環渦、組織運動のそれぞれに起因する変動流速の時空間構造について詳細な検討を行う。

2. 対象とする開水路凹部流れ

図-1 に本研究で対象とする開水路凹部の模式図を示す。実験条件は、レイノルズ数 $Re = U_0 H_0 / \nu = 3050$ 、フルード数 $Fr = U_0 / (g H_0)^{1/2} = 0.34$ 、凹部形状比 $L/D = 4.0$ である。図-2 に、PIV で計測した瞬間流速ベクトルの一例を示す。主流 - 凹部境界で流下方向に流速ベクトルは大きく変動しており、せん断混合層が発達している。また、凹部内の下流側には凹部水深 D とほぼ同じスケールの渦が形成されている。ここでは、これら凹部内の循環渦、せん断混合層における組織運動を対象として流れの解析を行う。

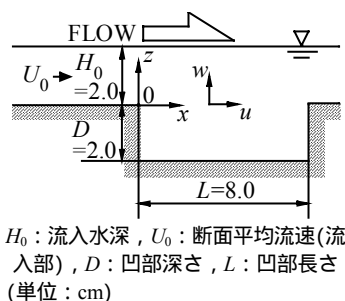


図-1 開水路凹部
 H_0 : 流入水深, U_0 : 断面平均流速(流入部), D : 凹部深さ, L : 凹部長さ (単位: cm)

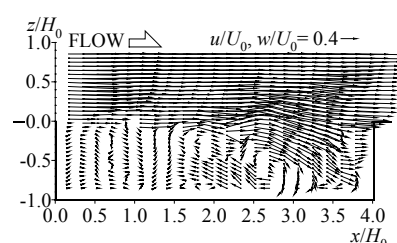


図-2 瞬間流速ベクトルの一例

3. 多重解像度解析(MRA)と固有直交関数展開(POD)の概要

多重解像度解析(MRA)は、次式で表される¹⁾。

$$\mathbf{v}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle \phi_{mi} | \mathbf{v} \rangle \phi_{mi}(t) + \sum_{j=m}^{-1} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle \psi_{ji} | \mathbf{v} \rangle \psi_{ji}(t) \quad (1)$$

ここに、 ϕ_{mi} , ψ_{ji} はそれぞれレベル m, j におけるスケーリング関数、ウェーブレット関数であり、これらの関数を用いることにより流速時系列 $\mathbf{v}(t)$ は各周波数帯の変動流速に分解される。ここでは、Daubechies($N=10$)の ϕ , ψ を基底関数として用いた。

固有直交関数展開(POD)は、次式で表される²⁾。

$$[R_u] \{\Phi_m\} = \lambda_m \{\Phi_m\} \quad (2)$$

ここに、 $[R_u]$ は、 M 個の計測点の変動流速成分 $u'(x, z, t)$, $w'(x, z, t)$ を要素とする全ての変動流速成分 $u''(x, z, t)$ の分散・共分散行列($2M \times 2M$)であり、この式より、モード m の固有値 λ_m および固有ベクトル $\{\Phi_m\}$ が算出される。また、モード m の変動流速 $u_m'' (= u_m' \text{ or } w_m')$ は、固有ベクトル $\Phi_m(x, z)$ を用いて次式より得られる。

$$u_m''(x, z, t) = a_m(t) \Phi_m(x, z) \quad (3)$$

ここに、 $a_m(t)$: モード m ($m = 1, 2, \dots, 2M$) の係数である。

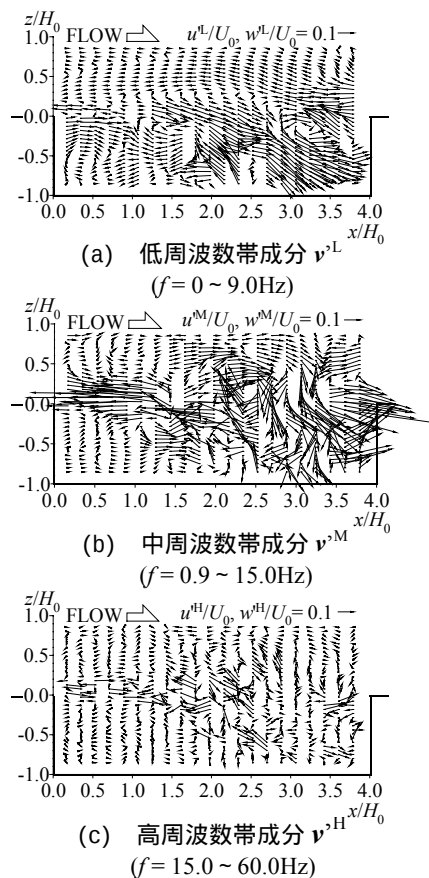


図-3 各周波数帯での瞬間流速ベクトル

キーワード：開水路、凹部、循環渦、組織渦、MRA、POD

連絡先 〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1 TEL 078-881-1212 FAX 078-803-6069

4. 解析結果と考察

(1) MRA による変動流速成分の分解

PIV で得られた流速時系列の変動成分 v' に MRA を適用することにより, v' を低周波数成分 v'^L (周波数 $f=0 \sim 0.9\text{Hz}$), 中周波数成分 v'^M ($f=0.9 \sim 15.0\text{Hz}$), 高周波数成分 v'^H ($f=15.0 \sim 60.0\text{Hz}$) に分解した. 図-3 に各周波数帯での瞬間流速ベクトルの例を示す. 図-3(a) より, v'^L は凹部下流側で大きな値をとっており, この周波数帯の変動流速は主に凹部深さ D 程度のスケールをもつ凹部内での循環渦に起因するものと考えられる. 一方, 図-3(b) に示す v'^M は, 主流 - 凹部境界で大きな値となっており, せん断混合層での流れの組織運動に関する成分と推察できる. また, 図-3(c) の v'^H は, v'^L , v'^M に比べてその値と空間スケールが小さく, せん断混合層の各部に生じる小スケールの変動成分となる. 以上より 変動流速成分は, MRA を用いることによって, 循環渦および組織運動に関する成分に分解されたことになる.

(2) POD による各周波数帯の変動流速成分の時空間構造

得られた各周波数帯の変動流速成分に POD を適用することにより各変動成分の主成分を算出し, それらの空間 / 時間構造について考察を行う.

図-4 は, 循環渦に起因する低周波数帯成分 v'^L について, 1, 2 次の POD 固有ベクトルの絶対値 $|\phi_m^L|$ を示したものである. $|\phi_1^L|$ は凹部中央から下流側段上がり部で大きくなっており, 低周波数帯で最も卓越する変動は段上がりによるものである. また, $|\phi_2^L|$ は, 上流側の主流 - 凹部境界と凹部内中央において極大値をとり, 流入部の段落ちに起因する循環渦の変動成分を表していると考えられる.

図-5 に, 組織運動に関連する中周波数帯成分 v'^M の 1~4 次の固有ベクトル絶対値 $|\phi_m^M|$ を示す. $|\phi_m^M|$ の極大値は主流 - 凹部境界で連続して存在し, その空間スケールは高次の成分ほど小さくなる. また, $|\phi_1^M|$ と $|\phi_2^M|$, $|\phi_2^M|$ と $|\phi_3^M|$ は, 空間の位相が約 $1/2$ 波長ずれた分布となっている. このように明確な組織運動の空間構造が抽出できているのは, 前報²⁾と異なり, MRA で各周波数帯に分解した変動成分を POD の解析対象としたためと考えられる.

次に, 中周波数帯成分 v'^M の POD 解析結果について, 時間変動特性を考察する. 図-6 に, 1~3 次モードでの時間変動 a_m^M の時系列および a_m^M の位相空間への投影図を示す. a_1^M と a_2^M では時間の位相差が約 $1/4$ 波長となっており, a_1^M と a_3^M では時間位相のずれは無く, a_3^M は a_1^M の約 2 倍の周波数となる. これらのことより, POD で解析された v'^M の各モードでの時間変動の様相は, a_1^M を基調としてかなり明確に整理できることがわかる.

以上のことより, 本研究で用いた MRA-POD による手法は, 凹部内の循環渦やせん断混合層での組織運動など, 時空間スケールが異なる変動成分が混在する複雑な流れ場を解析するのにかなり有効であると考えられる.

参考文献 1) 宮本, 神田: 開水路凹部における流れの組織運動の二次元ウェーブレット解析, 水工学論文集, 第45巻, pp.499-504, 2001. 2) 宮本, 神田, 兵頭: 開水路凹部における乱れの主成分分析, 水工学論文集, 第45巻, pp.505-510, 2001.

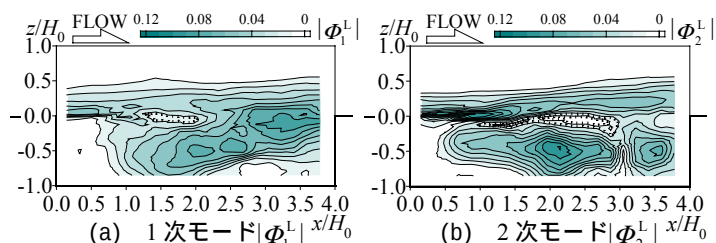


図-4 低周波数帯の変動流速成分 v'^L の固有ベクトル絶対値 $|\phi_m^L|$

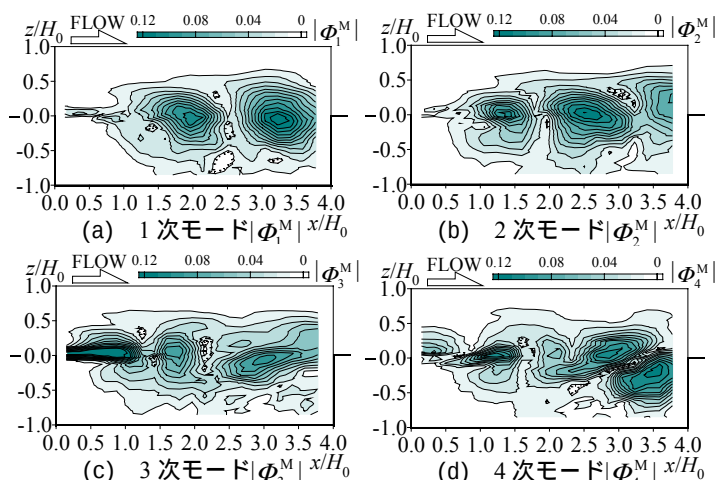


図-5 中周波数帯の変動流速成分 v'^M の固有ベクトル絶対値 $|\phi_m^M|$

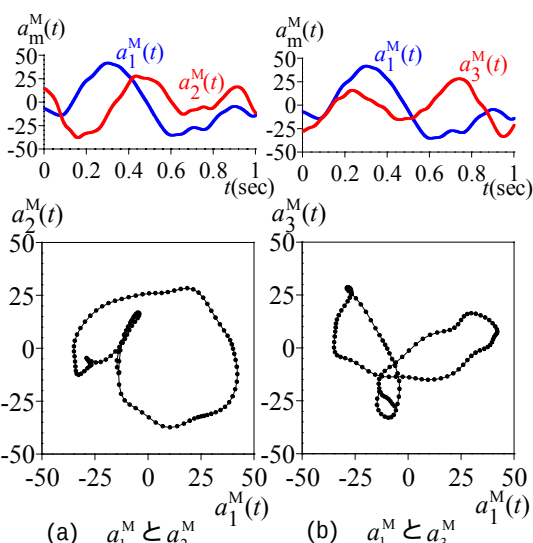


図-6 時間変動 a_m^M の時系列およびモード間の位相図