

# DNS データを用いた自由水面変動による SGS 効果及びそのモデルの検討

神戸大学大学院自然科学研究科地球環境科学専攻 学生員 横嶋 哲  
 神戸大学大学院自然科学研究科地球環境科学専攻 正会員 中山 昭彦

## 1. 緒論

乱流の LES では、流れ場に空間平均操作を施し、これにより失われた情報を SGS 応力としてモデル化する。対象流れが自由水面を有する場合、一般には高さ関数や密度関数のような気液界面の挙動を表すスカラー量の時間発展方程式が付加されるが、この新たな方程式も非線形項である移流項を含むため、平均操作により新たな未知相関量が現れる。しかしながら Hodges and Street(1999)<sup>1)</sup>がこれらに対するモデルの必要性を指摘した例を除けば、一般にこの新たな「完結問題」はほとんど意識されていない。

本報では、微小水面変動仮定に基づく開水路乱流 DNS 結果<sup>2)</sup>に空間平均操作を施し、上述の未知相関項の基本特性を検討する。

## 2. 自由水面乱流 LES における運動学的条件

瞬時の水面位置  $h$  を  $x_2=h(x_1, x_3, t)$  のように水平位置  $(x_1, x_3)$  の一価関数で表現した場合、運動学的条件を水平面内で空間平均すると

$\langle h \rangle_t = -\langle u_\alpha \rangle \langle h \rangle / x_\alpha + \langle u_2 \rangle - \tau_\alpha / x_\alpha$  (1) が得られる。ここで  $\langle f \rangle$  は  $f$  の空間平均量を表し、 $\alpha=1,3$  である。式(1)中の  $\tau_\alpha (= \langle u_\alpha h \rangle - \langle u_\alpha \rangle \langle h \rangle)$  は平均化によって現れる未知相関で、以下では式(1)の右辺第三項を SGS 項と呼ぶ。このように自由水面乱流を対象とした LES では通常の運動量保存則中の SGS 応力に加えて、上述の  $\tau_\alpha$  にもモデル化が必要となる。

ここでは微小水面変動仮定に基づく開水路乱流 (図-1) の DNS 結果 ( $Re_\tau = U_\tau H / \nu = 180$ ,  $Fr = U_m / (gH)^{1/2} = 0.3, 0.6, 0.9$ ,  $U_\tau, U_m, H$  はそれぞれ壁面平均摩擦速度、断面平均流速及び平均水深を指す) に  $x_1-x_3$  平面内の

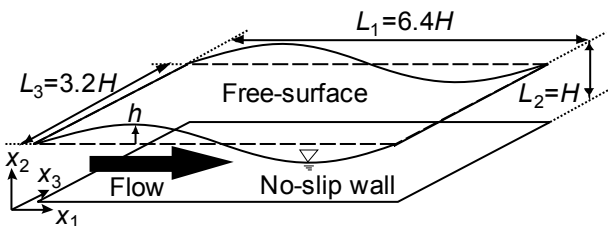


図-1 DNS 対象流れ場の概要

二次元空間平均操作を施し、 $\tau_\alpha$  の基本特性及びそのモデル化について検討を行う。空間平均値については二次元 Gaussian フィルターを用いた畳み込み積分により、フィルター幅  $(\Delta_F x_1^+, \Delta_F x_3^+)$  と DNS 計算格子幅  $(\Delta x_1^+, \Delta x_3^+) = (9, 4.5)$  の比  $r = (\Delta_F x_1^+ / \Delta x_1^+ = \Delta_F x_3^+ / \Delta x_3^+) = 2, 4, 8, 12$  として算出した。ただし  $r=2$  の場合には被フィルター関数の Taylor 展開に基づいて評価した。紙面の制約上、次章で示す結果は全て  $Fr=0.6$  のある一時刻の瞬時結果 (図-2 にその瞬間の自由水面形状を示す) から算出されたものである。

## 3. 自由水面乱流の SGS 効果

$Fr=0.6$  の瞬時流れにおいて  $r=2, 4, 8, 12$  の場合の  $\tau_1$  の等値線図を図-3 に示す。フィルターサイズが大きくなるにつれて  $\tau_1$  も大きくなるが  $r=8$  と  $r=12$  ではそれほど顕著な差は見られず、未知相関項は  $r=10$  前後のフィルターサイズの時に極大値をとると推察される。図-3(d)中の断面 A-A における式(1)の収支を図-4 に示す。時間変化項と移流項がほぼバランスするが、 $\langle u_2 \rangle$  の寄与も無視できない。SGS 項はこれらと比べると値は小さいが、例えば  $x_1/H=2.2$  前後で値が増減していることが観察できる。

$\tau_\alpha$  のモデルとして、熱流束等に用いられる勾配拡

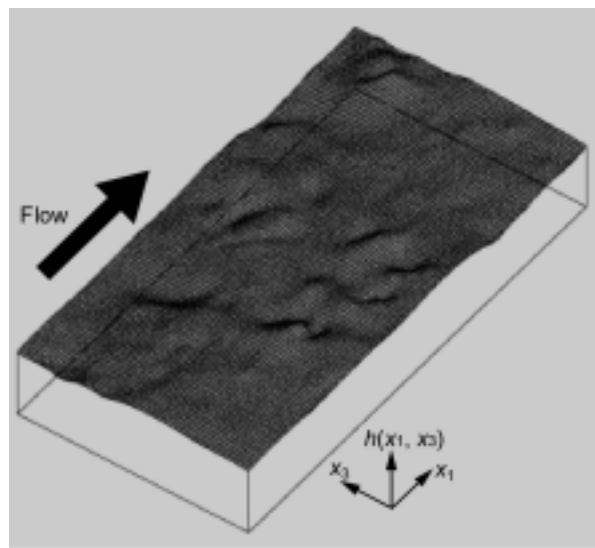


図-2 瞬時自由水面形状

キーワード 自由水面乱流, LES, 運動学的条件, SGS 効果, 勾配拡散モデル  
 〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1 Tel & Fax: 078-903-6011

散近似に基づく  $\tau_\alpha = -C v_{SGS} \langle h \rangle / x_\alpha$  が考えられる。ここで  $C, v_{SGS}$  はそれぞれモデル定数及び SGS 渦動粘性係数である。  $r=12$  の場合の、DNS 結果から算出された  $\tau_1$  とモデルに含まれる  $-\langle h \rangle / x_1, v_{SGS}$  を図-5 に示す。これより水面形が急激に変化する領域では概ね  $\tau_1, v_{SGS}$  とともに極値をとるものの、 $\tau_1$  と  $-\langle h \rangle / x_1$  の符号は必ずしも一致せず、勾配拡散モデルの再現性はあまり良くないことがわかる。ここでは示さないが、このような傾向は  $\tau_3$  にも見られた。

参考文献

- 1) Hodges and Street, *J. Comput. Phys.* **151**, 425, 1999.
- 2) 横嶋, 中山, 水工学論文集 **45**, 541, 2001.

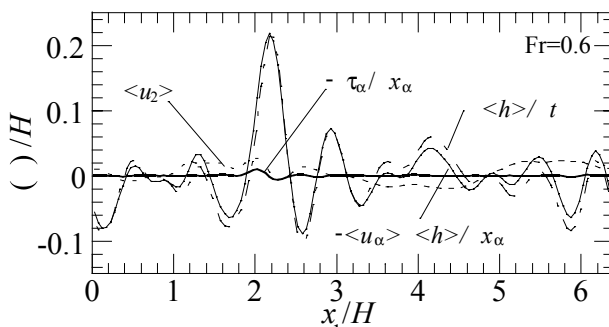
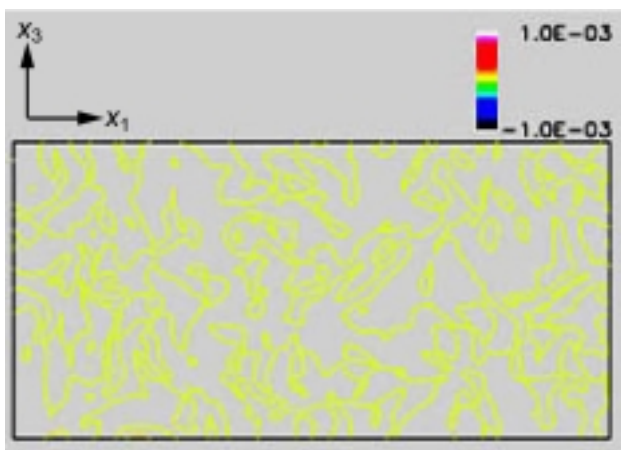
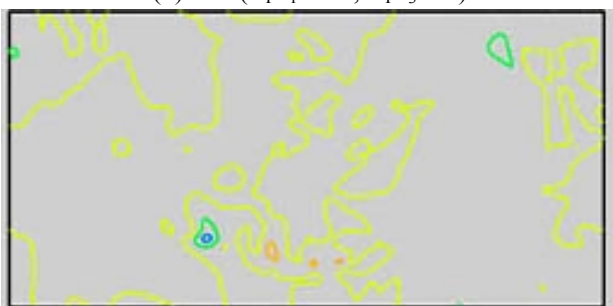


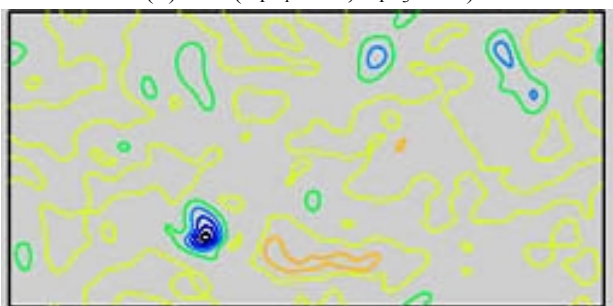
図-4  $\langle h \rangle$  の時間発展式中の各項の瞬時空間分布



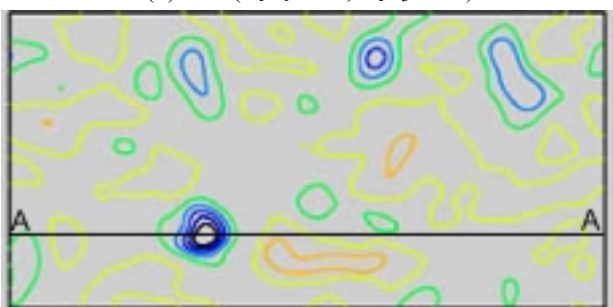
(a)  $r=2$  ( $\Delta_F x_1^+ = 18, \Delta_F x_3^+ = 9$ )



(b)  $r=4$  ( $\Delta_F x_1^+ = 36, \Delta_F x_3^+ = 18$ )

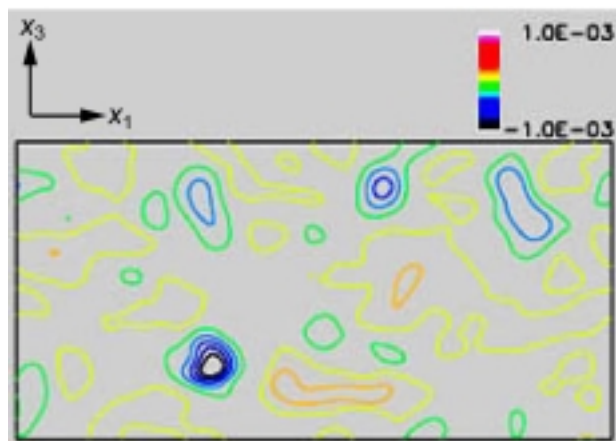


(c)  $r=8$  ( $\Delta_F x_1^+ = 72, \Delta_F x_3^+ = 36$ )

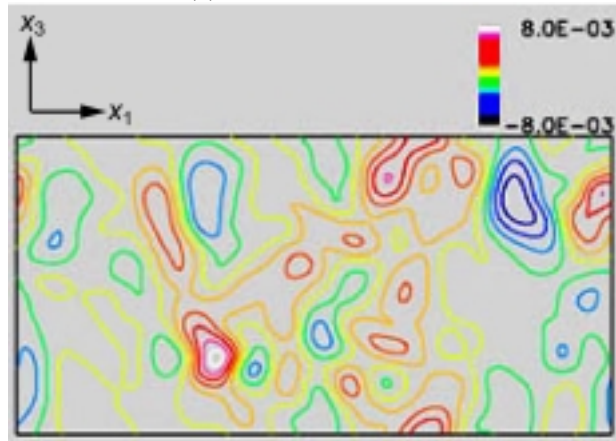


(d)  $r=12$  ( $\Delta_F x_1^+ = 108, \Delta_F x_3^+ = 54$ )

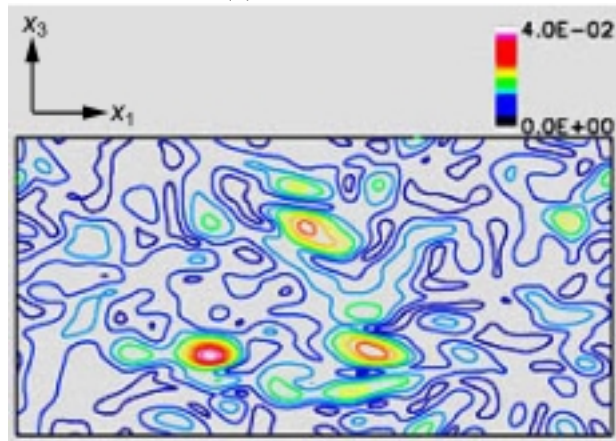
図-3 SGS 未知相関  $\tau_1 = \langle u_1 h \rangle - \langle u_1 \rangle \langle h \rangle$



(a)  $\tau_1 = \langle u_1 h \rangle - \langle u_1 \rangle \langle h \rangle$



(b)  $-\langle h \rangle / x_1$



(c)  $v_{SGS}$

図-5 SGS 未知相関と水面勾配の関係