地下水の非定常流況に対する地盤統計学的推定

京都大学防災研究所　正会員　浜 口 俊 雄

1. はじめに

空間的変動がある非定常な物理量に対する統計学的状態推定は，時間的要素の状態遷移と位置的要素の空間的変化を同時に扱うため，その汎用的な手法の確立は非常に難しい．ここに，時間および空間の変動があって，任意時刻・任意位置での状態を推定することを「時空間分布推定」と呼ぶ．時空間分布を統計的に推定した主たる既往手法は2種類に大別される．一つは，時間座標を空間座標の1つと見なして空間領域の分布推定を時間領域にまで拡張し，異方性のある均質確率場として地盤統計学的推定を行う手法[1),2)]である．もう一つは，時刻毎の空間分布を推定し，その結果から時間的な変動状況を推定した簡易手法，あるいはその逆で各位置での時系列分布を推定し，その結果から空間的な広がりを推定した簡易手法である．これらの方法は次節で述べるが，いずれも一長一短があって未だ短所を補えておらず，統計学的な時空間推定手法として決定的な域に達していない．本稿では，これらを踏襲して，或る時刻の空間変動を基本に据え，そこからの時間的変遷量を直接推定することで次時刻の空間分布を求めるという手法を提案する．

2. 提案手法

時間座標を空間座標の1つと見なす既往の手法は，解析場の確率的定常性を前提としており，時間場と空間場は同じ性質の定常性に支配されているという立場で考えていく点に難がある．一方，各時刻毎の空間分布を推定した結果から状態の推移を検討する場合，計測データの時間遷移量に関して確率的定常性の考慮が出来ておらず，時間連続性の保証に欠ける可能性がある．またその時間と空間の扱いが逆の場合も同様のことが言える．これを受けて本研究では手始めに，同一変量ではあるが，基本時刻での空間変量と推定時刻での空間変量をあえて異なる二変量として扱うcokrigingを考えた．この考え方は時間変動量が相互相関関係で表現し得るため，上記の簡易手法の短所を補えると判断できる．しかし，この二変量は時刻が異なれど同じものであるため，時間間隔が短い場合や，例えば地下水流動等のように状態遷移が穏やかに進行する場合，cokriging推定が極めて困難な状態に陥りやすい．cokrigingの行程で，計測データに乗じる重みは，二変量各々の確率場で成立する関係式を連成的に解いて求める[3)]が，上記の場合に連成式がかなり似通ったものとなり，多重共線性が極めて強くなってしまうため，重みが数値計算上求めにくいのである．そこでこの点を克服すべく，推定手法としての有効性が既に示されている[4)]簡便化cokriging[5)]の導入を提案する．すなわち基本時刻の空間基本分布を求めた後，状態遷移量の空間分布を求めて基本分布に重ね合わせるのである．同手法は簡便ながらも当初の狙いとした二変量間の相互相関性の統計モデル表記も実現しており，その難点克服に適した有力な手法であると思われる．本稿では地下水位分布について検討を進める．その変数には広域解析で有用な擬似地下水位 $\tilde{h}$ [定義式(1)][6)]を適用し，貯留地下水の渚線がなす移動境界を考慮する．

$$\tilde{h} = s + (h - s)\cdot u\{h - s\} \quad (h：地下水位，s：基盤高) \tag{1}$$

$$m(\boldsymbol{x}) = b_1 + b_2 x + b_3 y \tag{2}$$

$$\text{一次元指数型}\quad：R(\boldsymbol{d}) = \exp\left\{-\frac{d_1}{a_1}\right\} \tag{3}$$

$$\text{一次元ガウス型}：R(\boldsymbol{d}) = \exp\left\{-\left(\frac{d_1}{a_1}\right)^2\right\} \tag{4}$$

$$\text{一次元球状型}\quad：R(\boldsymbol{d}) = 1 - 1.5\left(\frac{d_1}{a_1}\right) + 0.5\left(\frac{d_1}{a_1}\right)^3 \quad (0 \leq d_1 \leq a_1) \tag{5}$$

$$\text{二次元指数型}\quad：R(\boldsymbol{d}) = \exp\left\{-\sqrt{\left(\frac{d_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{a_2}\right)^2}\right\} \tag{6}$$

$$\text{二次元ガウス型}：R(\boldsymbol{d}) = \exp\left[-\left\{\left(\frac{d_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{a_2}\right)^2\right\}\right] \tag{7}$$

$$C(\boldsymbol{d}) = \sigma^2 R(\boldsymbol{d}) \qquad (\sigma^2：分散値) \tag{8}$$

$$\mathrm{AIC} = -2\mathrm{MLL} + 2K \tag{9}$$

(MLL：最大対数尤度，K：パラメータ数)

$$m(\boldsymbol{x}) = -0.29304 + 0.00012135x - 0.000065217y \tag{10}$$

$$C(\boldsymbol{d}) = 0.50082\left\{1 - 1.5\left(\frac{d_1}{574.03}\right) + 0.5\left(\frac{d_1}{574.03}\right)^3\right\} \quad (0 \leq d_1 \leq 574.03) \tag{11}$$

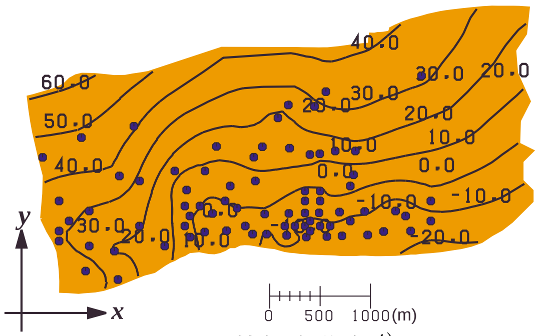

図 1: 基盤高分布[4)]

Key words: 地下水位，地盤統計学，状態遷移，時空間，cokriging
〒611-0011　宇治市五ヶ庄　TEL: 0774-38-4262　FAX: 0774-38-4262

3. 実地盤に対する数値実験

本稿では沖縄県宮古島砂川地下水盆を対象とした．その不透水性基盤層標高 (基盤高) の分布[4)]を図 1 に示す．なお図中の丸印は 78 箇所のボーリングデータ位置を表す．Cokriging 理論等の詳細は参考文献4)に譲るが，ここでは Universal Kriging (UK), Universal Cokriging (UC), Simplifying Universal Cokriging (SUC) を用いている．その統計モデル構造として，トレンド成分は空間変数 x,y の多項式 (2) とおいた．ランダム成分が示す相関性の関数には式 (3)〜(7) の 5 通りを想定し，その共分散関数を式 (8) で求めた．統計モデル毎の構造同定時に得られた AIC[7)](式 (9)) の中から最小となる統計モデル構造で最適推定した．

1993 年 10 月 20 日における不圧地下水の貯留状況に対して，基盤高との相互相関性を用いて UC で最適推定した $\tilde{h}$ の水位分布推定結果[4)]を図 2に描く．同図の 86 点の丸印は水位観測井位置を表す．本稿の提案手法に従い，この水位分布を基本分布として据え，一ヵ月後の同年 11 月 20 日における水位分布を SUC 推定する．一ヵ月間の変動量のモデル構造を一連の手順で同定した結果は式 (10),(11) のようになった．続いて，その統計モデルが表す水位遷移量分布を算出し，基本分布に重ね合わせた結果を図 3に示す．その妥当性を検証するため，同時刻の UC 推定結果 (図 4) との比較を試みた．これより両者がほぼ一致すると分かった．よって本提案手法による推定結果は，直接空間分布を UC 推定した結果と同等の精度で推定できたと言える．さらに推定時刻の計算労力も 1/4 程に減り，作業効率の向上が伺える．また，過去の状況履歴を全く考慮しない方法と異なり，本手法では，その全ての推定結果が基本分布に左右され得る．ここでは基本分布の与え方の違いが起こす影響についても検討してみる．図 5は，UK で推定した基本分布に全く同じ水位の時間遷移量を加えた結果である．図 3と図 5では中央部上流側でほんの僅かに差がある．これは計測データが十分なために両者の基本分布の差が僅かでしかなかったことに依る．ただし，両者の基本分布の違いがそのまま両図に現れたことは確認できた．

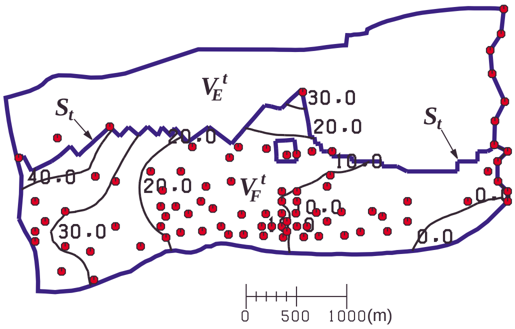

図 2: UC 推定された地下水位の基本分布

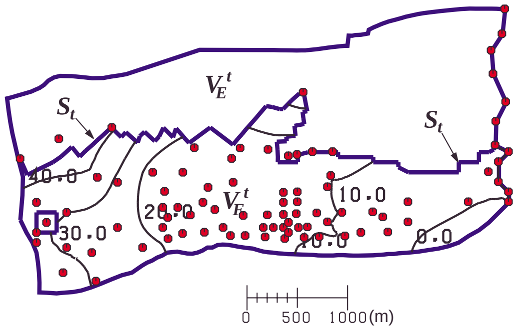

図 3: 状態遷移量から算出した水位分布

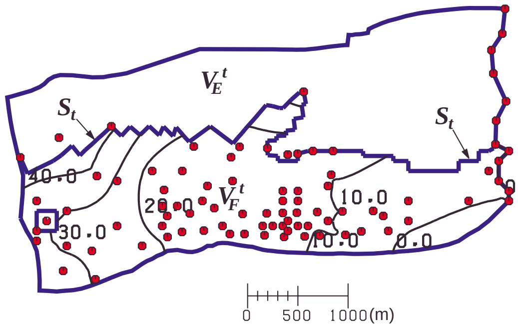

図 4: 直接 UC 推定した地下水位分布

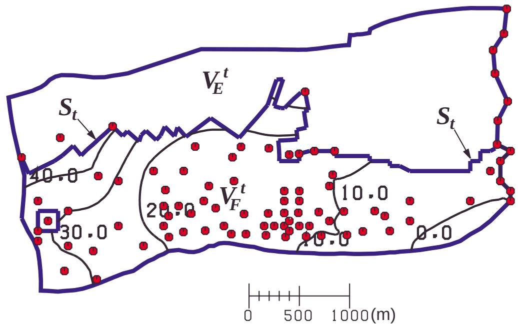

図 5: 基本分布 (UK 推定) による推定結果

4. 結論

本提案手法は状態遷移後の分布推定を，簡便であっても精度を落とすことなく容易かつ効率的に行えた．さらに同手法は FEM 等の様に水位変動の履歴も考慮でき，かつ，時間変動に関する空間的な非均質性も簡便的に評価できることから有用な手法であると言える．また，本手法は，地下水流況の状態遷移だけでなく，他の非定常な物理量の状態遷移推定等への適用も可能と思われ，その汎用性が期待される．

参考文献

1) 例えば，Kyriakidis, P. C. and A. G. Journel: Geostatistical space-time model: A review, *Math. Geology*, Vol.31, No.6, pp.651–684, 1999.　2) 本多 眞・菊地宏吉・鈴木哲也・水戸義忠：ダム周辺地下水位変動の時空間解析のための時空間 Cokriging の開発と適用, 土木学会論文集, No.659/ III –52, pp.283–295, 2000.　3) 浜口俊雄・長谷川高士・青山咸康：情報量規準を援用した cokriging による最適な地下水位分布推定, 第 54 回土木学会年次学術講演会講演概要集第 3 部, pp.552–553, 1999.　4) 浜口俊雄・長谷川高士・青山咸康：地下水貯留域の最適推定において多変量統計モデルから生じる相互相関的補間効果, 第 44 回地盤工学シンポジウム発表論文集, pp.19–24, 1999.　5) Rivoirard, J. : Introduction to disjunctive kriging and non-linear geostatistics, *Oxford University Press*, pp.9–15, 1994.　6) 浜口俊雄・村上　章・長谷川高士：平面解析で移動境界を考慮した地下水モデルと逆解析への応用, 土木学会論文集, No.568/ III –39, pp.133–145, 1997.　7) 例えば，Parzen, E., K. Tanabe and G. Kitagawa Editors: Selected paper of Hirotugu Akaike, *Springer*, pp.215–222, 1998.