ジャイロ制振装置による橋桁の連成フラッタの制御
－装置の設計方法および非線形特性の影響－

神戸製鋼所　正　岡田徹　本家浩一　正　杉井謙一
コベルコ科研　島田諭　立命館大学　正　小林紘士

１．まえがき　著者らは橋梁の連成フラッタに対してジャイロダンパ(GD)による制振を試み[1, 2]，風洞実験や解析によりその効果を確認してきた[3]．しかし，風速によって振動数の変化する連成フラッタに対するチューニングや，GD が大きく揺れた場合のジャイロモーメントの非線形性の影響などは明らかにされていない．本報では，GD の固有振動数および減衰比といったパラメータの設計方法を提案するとともに，GD の非線形特性について考察する．

２．ジャイロダンパの設計方法

2.1 解析モデル　GD は，図 1 に示す様な受動型の制振機構である．ロータの軸回りの極慣性および回転角速度をそれぞれ I_r，Ω，ジンバルの極慣性を I_G，ばね定数および減衰定数を k_φ，c_φ，ジンバル変位をφ，橋梁捩れ変位をθとする．GD と橋梁との間に$-I_r\Omega(\cos\varphi)\dot{\theta}$，$I_r\Omega(\cos\varphi)\dot{\varphi}$のジャイロモーメントが作用し，ジンバルの振動数$\omega_\varphi$と減衰比$\zeta_\varphi$を適切に与えることにより制振効果が発揮される．橋梁を鉛直変位$\eta(=y/b)$と捩れ変位θの 2 自由度モデルで表現すると，φに関する次の非線形運動方程式を得る．

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I_G \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{\eta} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} c_\eta & 0 & 0 \\ 0 & c_\theta & -I_r\Omega\cos\varphi \\ 0 & I_r\Omega\cos\varphi & c_\varphi \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} k_\eta & 0 & 0 \\ 0 & k_\theta & 0 \\ 0 & 0 & k_\varphi \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \eta \\ \theta \\ \varphi \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} L \\ M \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

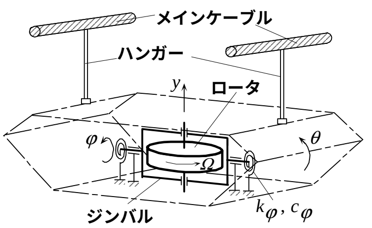

図１　ジャイロダンパ(GD)

m，I は制振装置を含めた橋梁の質量および極慣性モーメント，k_η，k_θおよび c_η，c_θは，各モードの剛性および減衰係数，L，M は揚力およびモーメントである．

2.2 等価極慣性モーメント比　ジンバルの回転変位φは小さいと仮定して式(1)のジャイロモーメントの項の $\cos\varphi$を 1 とおくと，動吸振器の性能を表す質量比に相当する GD の等価極慣性モーメント比μ_eが次式で定義される[3]．

$$\mu_e=\frac{I_r}{I_G}\frac{I_r}{I}\left(\frac{\Omega}{\omega_\theta}\right)^2 \qquad \omega_\theta\text{：橋梁の捩れ振動数} \tag{2}$$

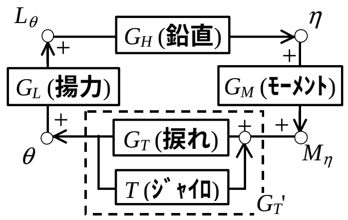

図２　GD を含むフラッタ系

2.3 ジンバルパラメータの設計　式(1)の空気力 L, M を，非定常空気力係数 $L_{\eta R}$，$L_{\eta I}$，$L_{\theta R}$，$L_{\theta I}$，$M_{\eta R}$，$M_{\eta I}$，$M_{\theta R}$，$M_{\theta I}$ と空気密度ρおよび円振動数ω，桁幅 B を用いて表す．これら空気力を式(1)に代入して整理すると，GD を含めた系全体は、以下の各伝達関数を用いて図 2 のブロック線図に展開できる．

$$G_T'=\frac{\theta}{M_\eta}=\frac{G_T(s)}{1-G_T(s)T(s)} \quad \text{where} \quad G_T=\frac{1}{Is^2+(c_\theta-\pi\rho B^4\omega M_{\theta I})s+(k_\theta-\pi\rho B^4\omega^2 M_{\theta R})}, \quad T=\frac{1}{I_G}\frac{-(I_r\Omega s)^2}{(s^2+\omega_\varphi{}^2)+2\zeta_\varphi\omega_\varphi s} \tag{3}$$

$$G_H=\frac{\eta}{L_\theta}=\frac{1}{ms^2+(c_\eta-\pi\rho B^2\omega L_{\eta I})s+(k_\eta-\pi\rho B^2\omega^2 L_{\eta R})} \tag{4}$$

$$G_L=\frac{L_\theta}{\theta}=\pi\rho B^2\omega^2\left(L_{\theta R}+\frac{sL_{\theta I}}{\omega}\right) \tag{5}$$

$$G_M=\frac{M_\eta}{\eta}=\pi\rho B^4\omega^2\left(M_{\eta R}+\frac{sM_{\eta I}}{\omega}\right) \tag{6}$$

連成フラッタは図 2 において$\theta\to L_\theta\to\eta\to M_\eta\to\theta$と回るループが不安定となる現象で，その安定性は開ループ伝達関数のゲインと位相から判別でき，位相 180°となる振動数でゲイン 0dB が安定境界となる．$s=j\omega$とおくと，

$$-\frac{G_T(\omega)}{1-G_T(\omega)T(\omega)}G_H(\omega)G_L(\omega)G_M(\omega)=-1+0j \tag{7}$$

と表せ、GD の伝達関数 $T(\omega)$について整理すると、

$$T(\omega)=\frac{1}{G_T(\omega)}-G_H(\omega)G_L(\omega)G_M(\omega)\equiv\alpha(\omega)+j\beta(\omega) \tag{8}$$

となる。式(8)に式(3)の T を代入して解くと，ωを媒介変数としてジンバルのパラメータ ω_φおよびζ_φが求まる．

$$\omega_\varphi=\sqrt{\omega^2+\frac{\alpha(\omega)}{\alpha(\omega)^2+\beta(\omega)^2}\mu_e I\omega_\theta{}^2\omega^2} \quad , \quad \zeta_\varphi=\frac{\beta(\omega)}{2\alpha(\omega)}\left(\frac{\omega}{\omega_\varphi}-\frac{\omega_\varphi}{\omega}\right) \tag{9}$$

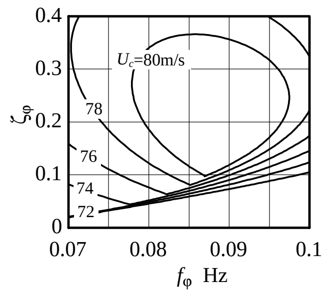

図 3 制御時のフラッタ風速

キーワード：超長大吊橋，連成フラッタ，ジャイロダンパ，非線形特性，設計理論

〒651-2271　神戸市西区高塚台 1-5-5　TEL 078-992-5640　　FAX 078-993-2056

評価風速を設定し，ωを変化させてω_φとζ_φをプロットすることにより安定領域が計算できる．なお，Iおよびω_θは橋梁の特性値であるために，ある設定風速において系を安定化するパラメータはμ_eのみから決まることがわかる．

2.4 計算例　対象橋梁は，中央支間長2,500mの超長大吊橋を想定し，桁幅B=41m，単位長さあたりの質量m=41.4 t/m，極慣性モーメントI=10,353 tm^2/m，曲げおよび捩れの固有振動数を0.056Hz，0.16Hz，対数減衰率は0.02とした．非定常空気力は平板翼の理論値を用いた．非制御時のフラッタ風速は64m/sとなる．この橋梁に半径3m，厚さ1m，回転数200rpmの鋼製ロータを有するジャイロダンパを，橋梁の中央部1000mの区間に5箇所設置した場合について検討した．図3に$f_\varphi(=\omega_\varphi/2\pi)$と$\zeta_\varphi$と各風速での安定化領域の関係を示す．図から，設定風速を満足するためのチューニングパラメータの設計値，およびパラメータの調整誤差に対するロバスト性などを読み取ることができる．

３．非線形性を考慮したジャイロダンパの性能

3.1 等価線形化法 [4]　以上の検討では，$\cos\varphi$=1として式(1)を線形化した．しかし，実際の橋梁には乱れた風が作用する為に，橋梁は強制的に揺らされ，ジンバルもそれに応じて振動する．ジンバルの振幅が大きくなると，非線形性により式(1)のジャイロモーメントが減少するために，GDの制振性能は低下する．これを考慮するため等価線形化法の適用を試み，ジンバルの振幅を考慮したGDの制振性能について検証を行う．

ジンバル回転角φおよび桁のねじれ角θの振幅をa_φ，a_θとおき，ある加振周波数ωに対する解を次の様におく．

$$\varphi = a_\varphi \cos(\omega t+\psi) = a_\varphi \cos\phi \quad , \quad \theta = a_\theta \cos(\phi+\psi') \tag{10}$$

a_φ，a_θ，ψおよびψ'は一定と仮定すると，$\cos\varphi$を含むジャイロモーメントはϕについて周期2πの周期関数となり，この非線形力をフーリエ級数展開して基本波だけを残して線形化する．このとき，式(1)の第2，3式は，μ_eおよび$\mu(=I_G/I)$で整理すると，

$$\ddot\theta + 2\zeta_\theta\omega_\theta\dot\theta - \sqrt{\mu_e\mu}\cdot\omega_\theta C_e\dot\varphi + \omega_\theta{}^2\theta = M/I \quad , \quad \ddot\varphi + \sqrt{\mu_e/\mu}\cdot\omega_\theta K_e\dot\theta + 2(K_e/C_e)\zeta_\varphi\omega_\varphi\dot\varphi + \omega_\varphi{}^2\varphi = 0$$

$$\text{where}\quad C_e(a_\varphi) = 1 - \frac{a_\varphi{}^2}{8} + \frac{a_\varphi{}^4}{192} - \frac{a_\varphi{}^6}{9216} + \frac{a_\varphi{}^8}{737280},\quad K_e(a_\varphi) = 1 - \frac{3a_\varphi{}^2}{8} + \frac{5a_\varphi{}^4}{192} - \frac{7a_\varphi{}^6}{9216} + \frac{9a_\varphi{}^8}{737280} \tag{11}$$

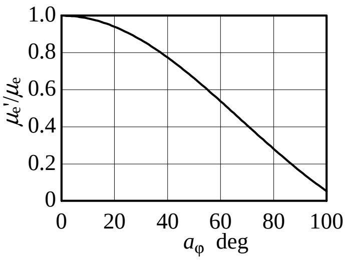

図4　ジンバル振幅とμ_e'の関係

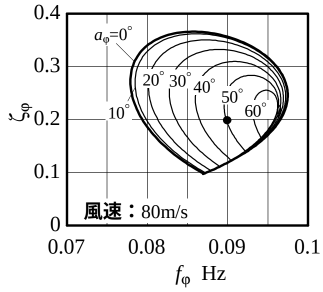

図5　ジンバル振幅と安定領域

となる．式(11)を基にして，ジンバルの振幅を考慮した等価極慣性モーメント比μ_e'を算出すると，$\mu_e'=K_eC_e\mu_e$になる．図4にジンバルの振幅とμ_e'の関係を示す．ジンバルの振幅が大きくなるほどμ_e'は減少し，GDの性能が低下することが確認できる．

3.2 非線形性を考慮したフラッタ制御特性　設定風速を80m/sとし，ジンバルが振幅a_φで定常的に振動している状態での安定領域を図5に示す．この安定領域は，式(9)のμ_eにμ_e'を与えて算出した．ジンバルの振幅a_φが大きくなるにつれて，設定風速を満足するパラメータ領域が減少していくのがわかる．

この結果の妥当性を検証する為に，ジンバルのパラメータをf_φ=0.09Hz，ζ_φ=0.2に調整し，風速80m/sにおける非定常空気力と，捩れ振動系にランダムな外力を与えた式(1)の非線形時刻歴応答解析の結果を図6に示す．ランダム入力は，系の安定性が確保される最大値$M_{g(\mathrm{rms})}$=12.8 kNm/mとそれを上回る$M_{g(\mathrm{rms})}$=12.9 kNm/mとした．ジンバルの振幅が50°を超えたあたりで系が不安定化している．このことは，図5の結果と対応しており手法の妥当性が確認できる．

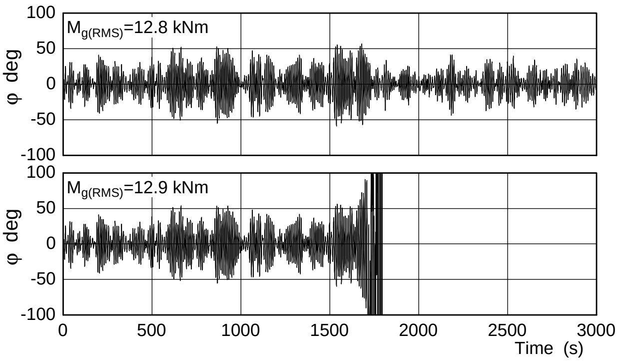

図6 数値解析結果(風速80m/s，f_φ=0.09Hz，ζ_φ=0.2)

４．まとめ

連成フラッタに対するGDのパラメータチューニング方法を提案した．ジンバルの振動を微小として取り扱った場合，フラッタに対するGDの効果は，等価極慣性モーメント比のみによる．また，ジンバルの振幅を考慮したGDの性能評価手法を明らかにし，数値解析によりその妥当性を確認した．今後は本手法で重要となるジンバル振幅の推定方法を課題として検討していく必要がある．

【参考文献】1)岡田　他：ジャイロ制振装置による橋桁の連成フラッタの制御，構造工学論文集,Vol46A, pp1105-111,2000，2)村田ら，ジャイロによる吊橋の耐風制振効果，土木学会第 26 回年次学術講演会概要集，pp353-356,1971，3)藤澤：機械式ダンパによる連成フラッタの制御,土木学会次学術講演会概要集, pp1508-1509,1995，4) 例えば，長松昭男，ダイナミクスハンドブック，朝倉書店, pp220-221, 1993