

Selbergの式の適用性及び各種フラッタータイプの振動数特性に関する研究

京都大学大学院 学生員 ○四條 利久磨
 京都大学工学研究科 フェロー 松本 勝
 横河ブリッジ 正会員 谷脇 好徳¹⁾
 京都大学大学院 学生員 江口 陽紀
 1) 研究当時京都大学大学院

1. はじめに

長大橋梁においては各種空力振動が問題となる．その中でも，フラッター振動は自己励起型発散振動であり，一旦発生すると構造物を破壊に至らしめることから，フラッター限界風速を正確に把握しておくことが重要である．本研究では，フラッター限界風速を簡便に推定する方法として広く用いられているSelbergの式^[1]に対して，近年の長大橋への適用性ならびにその適用範囲について考察を行う．また，フラッター振動はその発生機構により，(a) 低風速ねじれフラッター，(b) 高風速ねじれフラッター，(c) ねじれ分枝連成フラッター，(d) たわみ分枝連成フラッター，(e) たわみ・ねじれ両分枝フラッターといくつかのタイプに分類されるが，本研究ではそれらのフラッタータイプと振動数特性との関係についても考察を加える．

2. Selbergによるフラッター限界風速評価式

構造物の設計の初期段階において，完成系を想定した断面形状で風洞実験を行うことは困難であるため，構造物の挙動を机上で予測することができれば大いに有効なものとなる．風洞実験を行わずに，フラッター限界風速を簡便に推定する方法として，応答評価式を用いる方法があり，中でも下に示すSelbergの式が広く用いられている．

$$U_{cr} = 3.71 \cdot f_{\phi 0} \cdot B \cdot \sqrt{\frac{m \cdot r}{\rho \cdot B^3} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{f_{\eta 0}}{f_{\phi 0}} \right)^2 \right\}}, \quad r = \sqrt{\frac{I}{m}}$$

ただし， U_{cr} ：フラッター限界風速 $f_{\phi 0}$ ：ねじれの固有振動数 $f_{\eta 0}$ ：たわみの固有振動数
 m ：質量 I ：慣性モーメント ρ ：空気密度 B ：全弦長

上式は翼理論に基づく2次元平板の空気力に対する経験式としてSelbergにより提案された，連成フラッターに対する応答評価式であり，実構造物に見られるbluffな断面形状に対しては補正係数を乗じることとなっている．

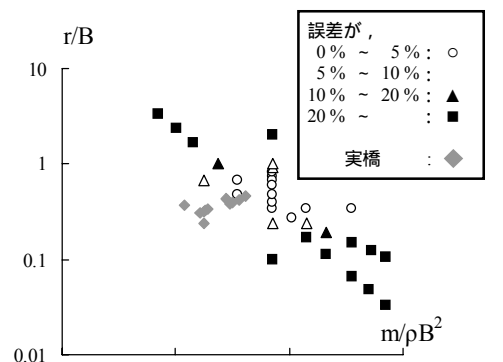
3. Selbergの式の実橋への適用性及び適用範囲

フラッター限界風速推定の際に有効に見えるこの式も，適用するには注意が必要である．現実には，たわみ・ねじれの固有振動数の比 $f_{\phi 0}/f_{\eta 0}$ が1.1以下の場合には，連成フラッターの限界風速は振動数比の減少とともに急激に増加し， $f_{\phi 0}/f_{\eta 0} = 1.0$ においては静的ダイバージェンスが発生する．しかし，Selbergの式を適用すると振動数比の減少とともにフラッター限界風速も減少していき $f_{\phi 0}/f_{\eta 0} = 1.0$ においてフラッター限界風速が0を示すなど，この式の適用範囲は $f_{\phi 0}/f_{\eta 0} > 1.1$ に限られているといえる．

そこで，近年の長大橋への適用の可能性を確認するために，明石海峡大橋・Messina海峡橋等の吊橋や多々羅大橋・樫石島橋等の斜張橋の構造諸元を用いてSelbergの式から各橋梁のフラッター限界風速を求め，同時に2次元平板の空気力に対してこれらの橋梁の構造諸元を用いて複素固有値解析を行い，両手法から得られるフラッター限界風速を比較した．その結果を表1に示す．今回取り上げた橋梁では，両者の差は極めて小さくSelbergの式が適用可能であると考えられる．次に，Selbergの式の構造諸元による適用限界の有無を調べる目的で，2つの無次元パラメータ $m/\rho B^2$ と r/B を様々に変化させてSelbergの式からフラッター限界風速を求め，同時に同じ諸元を用いてTheodorsen関数に基づく2次元平板の空気力に対して複素固有値解析を行い，フラッター限界風速を算出した．なお，振動数比の違いがフラッター限界風速に与え

表1 実橋における Selberg の式と複素固有値解析のフラッター限界風速の比較

	m [t/m]	I [t・m/m]	$m/\rho B^2$	r/B	f_{ϕ} [Hz]	f_{η} [Hz]	f_{ϕ}/f_{η}	Selbergの式 [m/s]	複素固有値 [m/s]	誤差 [%]
明石海峡大橋	42.87	10065	27.77	0.43	0.14	0.06	2.20	57.29	57.61	0.57
下津井瀬戸大橋	42.19	6928.6	35.84	0.41	0.37	0.20	1.90	139.96	141.26	0.93
北備讃瀬戸大橋	42.33	9398.2	28.21	0.43	0.36	0.17	2.05	139.49	140.21	0.52
南備讃瀬戸大橋	44.9	8006.6	29.92	0.38	0.32	0.16	2.00	123.10	123.76	0.53
来島第1大橋	18.72	1670	16.21	0.31	0.48	0.19	2.52	111.41	110.72	0.62
来島第2大橋	22.27	2394	18.09	0.33	0.36	0.15	2.42	94.07	93.79	0.29
来島第3大橋	22.49	2357	17.60	0.32	0.36	0.16	2.33	92.27	91.88	0.42
樫石島橋	41.1	6664	31.57	0.39	0.83	0.39	2.13	311.17	313.68	0.81
岩黒島橋	37.8	5970	40.80	0.46	0.96	0.43	2.23	378.14	384.90	1.79
多々羅大橋	20.06	1089	17.49	0.24	0.57	0.20	2.86	124.18	119.13	4.07
Great Belt East 橋	22.74	2470	19.32	0.34	0.27	0.10	2.75	74.25	74.12	4.30
Messina 海峡橋	52.85	26421	11.98	0.37	0.08	0.06	1.37	26.11	27.09	3.77

図1 Selberg の式と複素固有値解析のフラッター限界風速の誤差 ($f_{\phi 0}/f_{\eta 0}=2.0$)

キーワード：フラッター，Selbergの式，振動数特性

連絡先：京都大学大学院工学研究科環境地球工学専攻気圏工学講座

〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL：075-753-5093 FAX：075-761-0646

る影響についても考慮するために、 $f_{\phi 0}/f_{\eta 0}=1.05, 1.1, 1.2, 1.5, 2.0, 3.0$ の6種類に変化させて解析を行ったがここでは振動数比 $f_{\phi 0}/f_{\eta 0}=2.0$ におけるSelbergの式と複素固有値解析との誤差を図1に示す。図より、 $m/\rho B^2$ と r/B が一定の範囲内にある場合には両手法のフラッター限界風速は概ね一致するものの、その範囲から外れるにつれて誤差が大きくなっている。したがって、Selbergの式を適用するには $m/\rho B^2$ と r/B が何らかの条件を満たす必要があるといえる。ここで、実橋の無次元パラメータ $m/\rho B^2$ および r/B を見てみると、Selbergの式と複素固有値解析との誤差が小さい領域に入っている。すなわちSelbergの式は、実橋がとりうる構造諸元に対して成立するように定式化されたものであることがわかる。

4. 振動数特性から見る各種フラッター

フラッターは、先述した5つのタイプに分類されるが、その違いはフラッター解析から得られる風速 - 振動数曲線において明確に現れる。図2に (a)~(e) の各ケースに属する断面^[2,3]及びその風速 - 振動数曲線を示す。

4-1. 低風速ねじれフラッター

図2-(a)に示すように、ねじれ分枝の振動数は、低無次元風速域でやや低下するが、ねじれフラッター発現後は上昇に転じる。一方、たわみ分枝の振動数はねじれフラッター発現まではほぼ一定値を保つが、その後は次第に若干の低下傾向をたどる。

4-2. 高風速ねじれフラッター

図2-(b)に示すように、ねじれ分枝の振動数は風速の増加とともに低下し、たわみ分枝の振動数はほぼ一定値を保つ。ねじれフラッター発現後は、ねじれ分枝の振動数は同様の傾向で低下するが、たわみ分枝の振動数は次第に低下の傾向をたどる。

4-3. ねじれ分枝連成フラッター

図2-(c)に示すように、ねじれ分枝の振動数は風速の増加とともに低下し、たわみ分枝の振動数はほぼ一定値を保つ。しかし、フラッター限界風速を超えると、それら2つの振動数曲線の特徴は交差することなく突然入れ替わる。すなわち、ねじれ分枝の振動数は次第にたわみ分枝の振動数の延長線上に漸近していき、たわみ分枝の振動数はフラッター限界風速以下でのねじれ分枝の振動数と同様の傾向で低下していく。(b) 高風速ねじれフラッターの振動数特性と類似した特性を示している。

4-4. たわみ分枝連成フラッター

図2-(d)に示すように、ねじれ分枝の振動数は風速の増加とともに若干上昇した後低下していき、たわみ分枝の振動数はほぼ一定値を保つ。そして、たわみ分枝の減衰が最大となる風速付近でたわみ分枝の振動数が上昇し、それら2つの振動数曲線が互いに交差するという他のフラッタータイプには見られない振動数特性となっている。

4-5. たわみ・ねじれ両分枝フラッター

図2-(e)に示すように、ねじれ分枝の振動数はねじれ分枝連成フラッターの限界風速までは若干低下するが、限界風速を超える風速域では上昇に転じている。一方、たわみ分枝の振動数は、風速によらずほぼ一定値を保つ。(a) 低風速ねじれフラッターの振動数特性と類似した特性を示している。

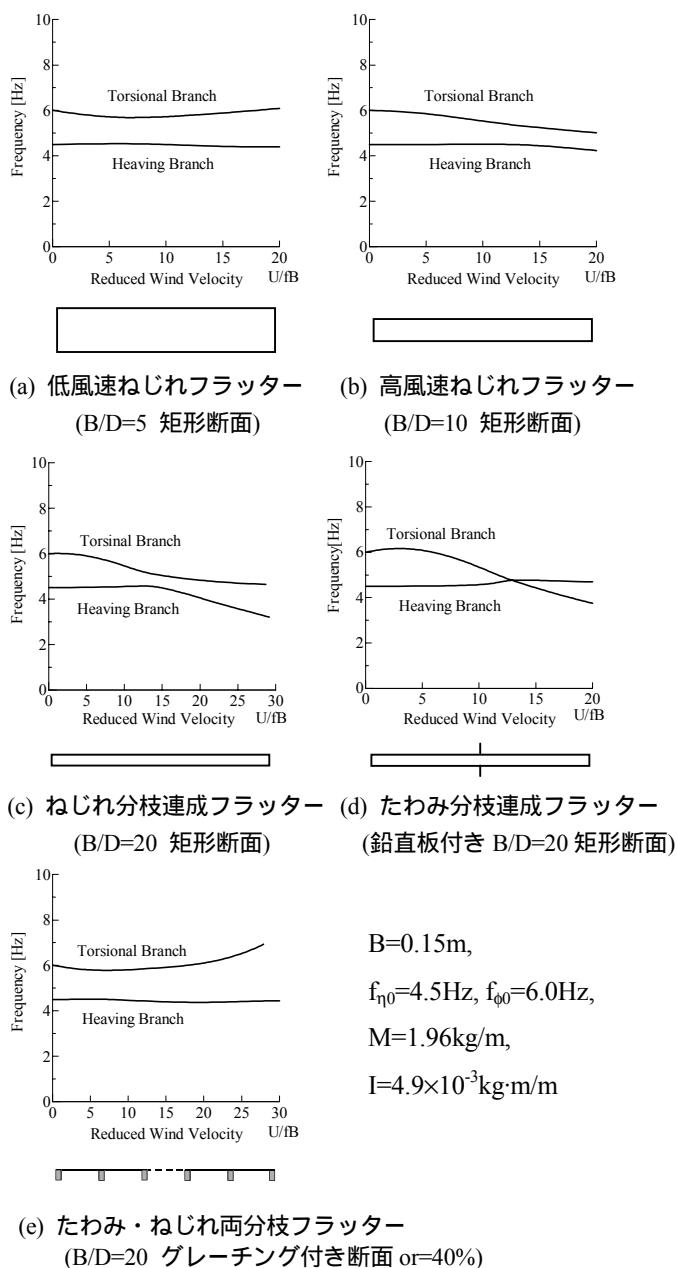


図2 各フラッタータイプにおける振動数特性

5. まとめ

- Selbergの式は実橋がとりうる構造諸元に対して成立するように定式化されたものであることが示唆され、実橋のフラッター限界風速を求めるのに有用であることが確かめられた。
- 発現するフラッタータイプによってその振動数特性も大きく異なり、今後フラッタータイプと振動数特性との関係について理論的に検討していく必要がある。

参考文献

- [1] Selberg, A. (1961) "Oscillation and Aerodynamic Stability of Suspension Bridges", ACTA POLYTECHNICASCANDINAVICA, Civil Engineering and Building Construction Series No.13
- [2] 松本 勝, 浜崎 博, 吉住文太 (1994): 構造基本断面の非定常空気力特性とフラッター発生機構, 構造工学論文集 Vol.142A
- [3] 松本 勝, 小林裕輔, 浜崎 博 (1994): 構造基本断面における連成フラッターの発生機構に関する研究, 第13回風工学シンポジウム論文集, pp.359-364