

離散的近似解法による積層板の弾塑性曲げ解析

長崎大学 大学院 学生会員 ○ 有吉 健
 長崎大学 工学部 正会員 森田 千尋
 長崎大学 工学部 正会員 松田 浩
 長崎大学 工学部 正会員 崎山 毅

1 まえがき

比強度、比剛性に優れた FRP(繊維強化プラスチック)を積層状にした積層板は、力学的に強い異方性を示し、積層数、積層順序などを変えることにより力学的に有利な材料設計が可能である。その利点とともに高耐久性からも土木の分野においても注目されつつある。

本研究では、積層板の弾塑性曲げ解析における離散的近似解法¹⁾の実用性を検証し、FRPなどを積層状にした積層板の弾塑性曲げ挙動を明らかにすることを目的としている。

2 基礎理論

任意の荷重条件および種々の境界条件のもとで、積層板に関する基礎微分方程式の解析解を一般的に求めることはほとんど不可能であると考えられるので、ここでは図 1 に示すような、積層板の縦横の等分割線の交点を対象として、これらの離散点における基礎微分方程式の近似解を求める。まず積層板に関する基礎微分方程式に無次元量を導入し、積層板の全領域 $[i, j]$ において面積分し、積分方程式に変換する。次に等間隔の数値積分法の応用により、これらの積分方程式を離散表示すれば、無次元化された断面力および変形に関する連立方程式が得られる。これを解くことにより、領域 $[i, j]$ における主要点の諸量 ΔX_{pij} は次式によって表わされる。

$$\Delta X_{pij} = \sum_{d=1}^{10} \left(\sum_{f=0}^i a_{pijfd} \Delta X_{rf0} + \sum_{g=0}^j b_{pijgd} \Delta X_{s0g} \right) + \Delta q_{pij} \quad (1)$$

ここに、 ΔX_{rf0} および ΔX_{s0g} は境界条件より決定される積分定数であり、 a_{pijfd}, b_{pijgd} は断面形状を伝えるマトリックス、 Δq_{pij} は荷重項である。

断面力に関しては、図 2 の様に板厚の中心から z 軸をとり、層と層の境目を $z_0, z_1, \dots, z_n$ とする。積層板では各層ごとに応力が異なるため、応力を板厚方向に積分し、

$$(\Delta N_x, \Delta N_y, \Delta N_{xy}) = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\Delta \sigma_x^{(k)}, \Delta \sigma_y^{(k)}, \Delta \tau_{xy}^{(k)}) dz \quad (2)$$

$$(\Delta M_x, \Delta M_y, \Delta M_{xy}) = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\Delta \sigma_x^{(k)}, \Delta \sigma_y^{(k)}, \Delta \tau_{xy}^{(k)}) z dz \quad (3)$$

と定義する。ここで肩カッコの (k) は k 番目の層を示している。

また弾塑性状態での積層板の応力-ひずみ関係は、 k 番目の層については以下になる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma_x \\ \Delta \sigma_y \\ \Delta \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{ep11} & \bar{Q}_{ep12} & \bar{Q}_{ep16} \\ \bar{Q}_{ep12} & \bar{Q}_{ep22} & \bar{Q}_{ep26} \\ \bar{Q}_{ep16} & \bar{Q}_{ep26} & \bar{Q}_{ep66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \varepsilon_y \\ \Delta \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k \quad (4)$$

$$[\bar{Q}_{ep(ij)}]_k = \bar{Q}_{(ij)k} - \frac{\bar{Q}_{(ij)k} a_k a_k^t \bar{Q}_{(ij)k}}{A_k + a_k^t \bar{Q}_{(ij)k} a_k} \quad (5)$$

$$a_k^t = \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \sigma_k}, \quad A_k = H'_k = \frac{d\bar{\sigma}_k}{d\varepsilon_k^p} \quad (6)$$

なお、 A_k はひずみ硬化率であり、式 (5) において弾性状態では第 1 項のみ使用する。

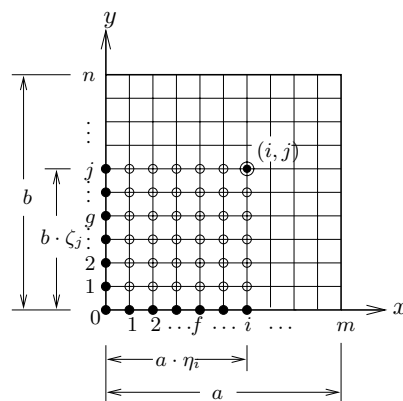


図 1: 積層板の等分割図

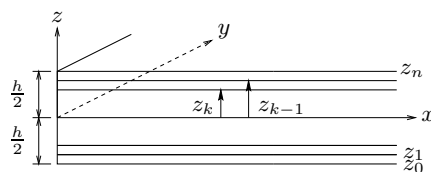


図 2: 積層板の基準線

FRP, 積層板, 離散的近似解法, 弾塑性

〒 852-8521 長崎市文教町 1-14 TEL 095-847-1111 FAX 095-843-7464

3 解析結果および考察

次に示す各パラメータを用いて、5層の対称クロスプライ積層板 ($0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ$) に $\sin$ 荷重が満載される場合の弾塑性曲げ解析を行った。なお、弾・塑性の判別には Huber-Mises の降伏条件式を用い、ひずみ硬化率: $A_k=0$ とし、境界条件を四辺単純支持、板の4分の1部分を対象として x, y 軸方向の分割数を6、板厚方向の分割数を20 (各層をそれぞれ4分割) として解析した。ここで図3は板の中央点における荷重-たわみ曲線であり、同時に Owen による解²⁾ も示す。図5は板全体における塑性域進行平面図であり、図6の断面図は図4で示す A-A, B-B 断面での塑性域進行状態をそれぞれ示している。

図3より、本解析値と Owen による解は初期降伏点まではほとんど同じ値を示し、降伏後は多少のずれはあるもののほぼ一致していると思えることができる。図5より、塑性化は板の中央から始まり、隅角点へと進行していくが、積層板では各層の繊維方向が異なるため、板全体として複雑な挙動を示している。図6より、A-A 断面では2,4層目、B-B 断面では1,3,5層目が早く塑性化が進行していることが確認できる。つまりこれは積層板の各層は繊維方向に対し直角方向に早く塑性化が進行するためである。塑性域進行図においても Owen によるものとよく似た結果が得られている。

- ・スパン長 (inch): $a = 50.0$
- ・板厚 (inch): $h = 2.5$
- ・弾性係数 (psi): $E_x = 25 \times 10^6$, $E_y = 1.0 \times 10^6$
- ・せん断弾性係数 (psi): $G_{xy} = 0.5 \times 10^6$, $G_{yy} = 0.2 \times 10^6$
- ・ポアソン比: $\nu_{xy} = 0.25$, $\nu_{yx} = 0.01$
- ・降伏応力 (psi): $\sigma_{0x} = 25.0$, $\sigma_{0y} = 5.0$, $\tau_{0xy} = 3.5$, $\sigma_{045} = 6.0$
- ・ $\sin$ 荷重 (psi): $q = q_0 \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/a)$
- ・増分荷重 (psi): $\Delta q_0 = 0.005$
- ・無次元量パラメータ: $\bar{w} = w \times 10^4/h$

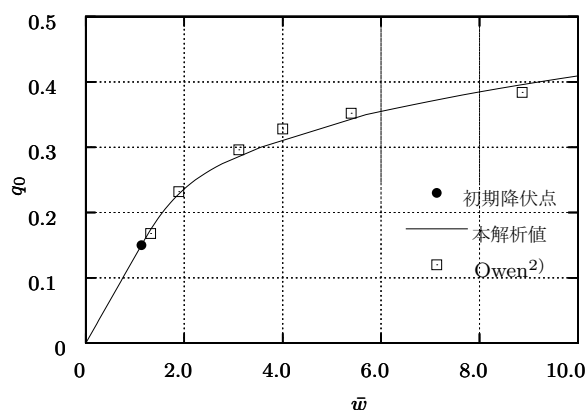


図3: 荷重-たわみ曲線

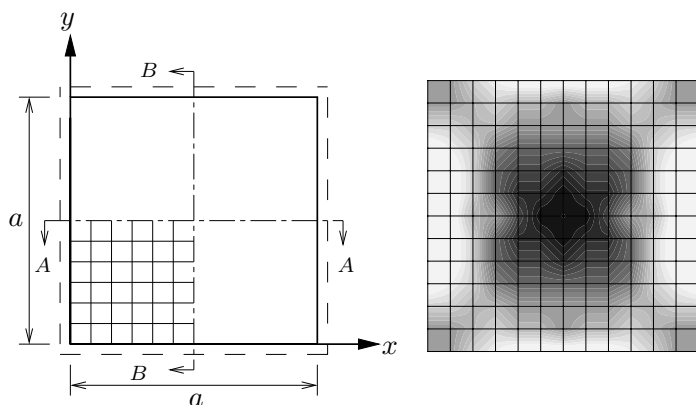


図4: 分割図

図5: 塑性域進行平面図
($q_0 = 0.35$)

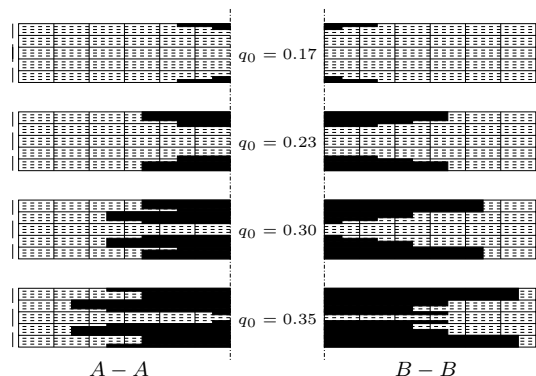


図6: 塑性域進行断面図

4 あとがき

本解法に基づく解析結果と既往の数値解との比較を行なった結果、本解法は積層板の弾塑性曲げ解析においても有効であると言える。今後の方針としては、境界条件、板厚比、積層数や積層順序などのパラメータが、弾塑性曲げ挙動に与える影響についても明らかにしていく予定である。

[参考文献]

- 1) 崎山毅, 松田浩: 変厚矩形板の曲げの一解析法, 土木学会論文報告集, 第338号, pp.21-28, 1987
- 2) D.R.J.Owen and J.A.Figueiras: Anisotropic elasto-plastic finite element analysis of thick and thin plates and shells, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.19, pp.541-546, 1983