

「非繰り返し型の方法による弾性骨組構造物の逆解析問題の研究」

東洋大学 学生員 森内俊彦
東洋大学 正会員 新延泰生
東洋大学 学生員 樋口幸太郎

概要

任意の荷重に対して全自由度の変位が得られる場合に骨組構造物の各部材の剛性を推定する逆解析問題を考える。解析は、まず初期値としてある剛性に対する節点変位の感度係数を求め、感度係数特性式を直接用いることにより、反復計算を繰り返すことなく与えられた全自由度の測定変位に対する部材剛性を求めるものである。なお、この考え方は解析領域の全自由度に対応する変位などの応答が与えられる逆解析問題に適用が可能である。

解析理論

全要素に合成した剛性方程式

$$[K]\{z\} = \{F\} \quad \text{式}$$

$\{F\}$: 節点外力ベクトル

$\{z\}$: 節点変位ベクトル

$[K]$: 全体剛性マトリクス

感度変数は、部材剛性 X_i (断面積 A_i 、断面二次モーメント I_i など) とし、式 の両辺を X_i で偏微分すると次のようになる (i は、要素番号を示す)。

$$\left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{z\} + [K] \left\{ \frac{\partial z}{\partial X_i} \right\} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial X_i} \right\} \quad i = 1 \cdots m \quad \text{式}$$

ここで、荷重ベクトル $\{F\}$ は、感度変数ベクトル $\{X_i\}$ の関数ではないとすると $\{\partial F / \partial X_i\}$ は次のように表される。

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial X_i} \right\} = 0 \quad i = 1 \cdots m$$

よって

$$[K] \left\{ \frac{\partial z}{\partial X_i} \right\} = - \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{z\}$$

$$\left\{ \frac{\partial z}{\partial X_i} \right\} = -[K]^{-1} \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{z\} \quad i = 1 \cdots m \quad \text{式}$$

$\left\{ \frac{\partial z}{\partial X_i} \right\}$ は、 i 部材の感度変数に対する変位の感度係数である。

式 の両辺に $\{X_i\}$ をかけて、 i について 1 から m までの総和について考えると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \sum_i^m \frac{\partial z}{\partial X_i} X_i &= -[K]^{-1} \sum_i^m \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] X_i \{z\} \\ &= -[K]^{-1} [K] \{z\} \\ &= -z \end{aligned} \quad \text{式}$$

式 は感度係数 $\{\partial F / \partial X_i\}$ に感度変数 X_i を乗じ骨組全体の総和をとると、応答変位に (-1) をかけた値になることを示し、この関係式を感度係数特性式とよんでいる。

式 の $\frac{\partial z}{\partial X_i}$ の部分に式 を代入すると

$$\sum_i \left\{ -K^{-1} \frac{\partial K}{\partial X_i} z \right\}_j X_i = -z_j \quad i = 1 \cdots m \quad \text{式}$$

式 の左辺の全体剛性マトリクス K を初期値における剛性マトリクス K_0 、 z を測定変位 $\bar{z}$ 、右辺の z を初期値における変位 z_{0j} とおくと

$$\sum_i \left\{ -K_0^{-1} \frac{\partial K}{\partial X_i} \bar{z} \right\}_j X_i = -z_{0j} \quad \text{式}$$

式 から繰り返し計算を行わずに部材剛性 X が求められる。測定変位数 n が未知数 m より大きい場合は、式 から最小自乗解が得られる。以下トラス構造を例に解析の考え方と数値計算結果を示す。

解析モデル

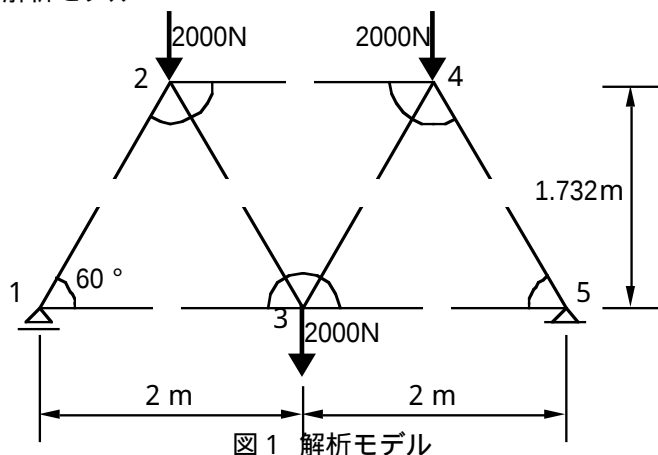


図1 解析モデル

表-1 断面諸量

ヤング率 (N/m ²)	2.06E+11
--------------------------	----------

解析結果

解析

順解析により、部材の断面積が、他の部材の断面積がの場合の変位を求める。次に、解析理論で述べた解析方法（逆解析）より変位に対する各部材の断面積を求めると以下のとおりである。

表-4 解析の結果

	変位 (m)
U ₁	-2.5236300E-06
U ₂	-3.5050400E-07
V ₂	-5.1400400E-06
U ₃	-1.6824200E-06
V ₃	-7.2041500E-06
U ₄	-2.5937300E-06
V ₄	-5.3828700E-06

逆解析

	断面積 (m ²)
A ₁	0.010000
A ₂	0.020000
A ₃	0.010000
A ₄	0.010000
A ₅	0.010000
A ₆	0.010000
A ₇	0.010000

解析

部材の断面積が、他の部材がの場合、順解析によって得られた変位に誤差(-80% ~ +30%の範囲)を与えて逆解析をおこなった。

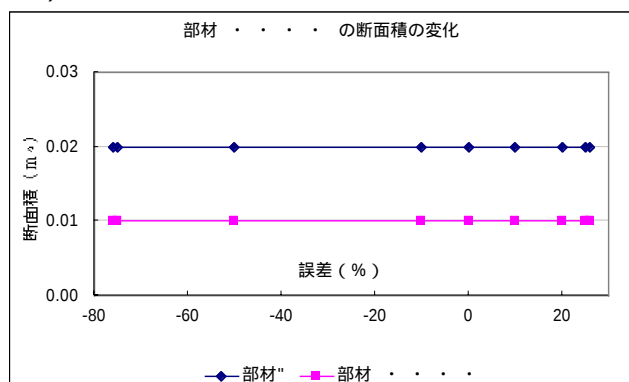


図2

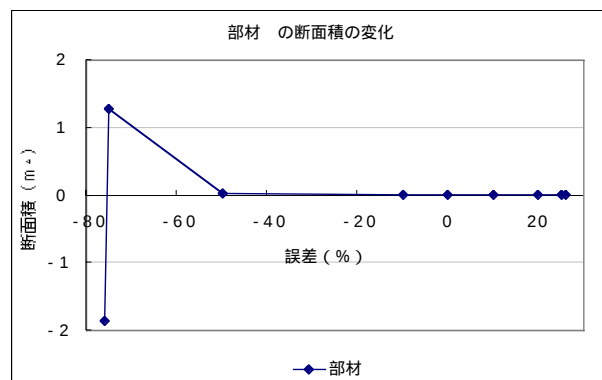


図3

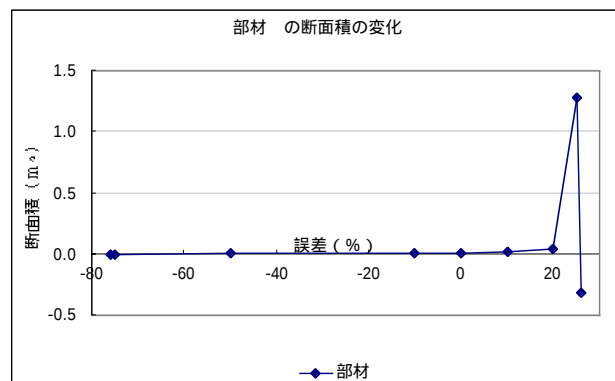


図4

解析

解析で負の断面積が得られる場合、負の断面積()に対する式の左辺の係数マトリクスの行と列、右辺の初期値の変位を削除する。そして式の方程式を用いて解析すると表-5の断面積となる。

解析

各変位に誤差(-50% ~ +50%の範囲)を与える。誤差を与えて逆解析をおこなうと負の断面積が求められる。解析と同じ方法で断面積を求めると表-6となる。

表-5

	断面積 (m ²)
A ₁	0.010000
A ₂	0.020000
A ₄	0.010000
A ₅	0.010000
A ₆	0.010000
A ₇	0.010000

表-6

	断面積 (m ²)
A ₁	0.017778
A ₂	0.006667
A ₄	0.008696
A ₅	0.007143
A ₆	0.006667
A ₇	0.009091

まとめ

感度係数特性を直接用いることにより、反復計算を繰り返すことなく全自由度に対応する変位に対して部材剛性を求められることが判った。今後は、実際の骨組構造物への適用を検討する予定である。

キーワード：骨組構造、逆解析、感度解析

参考文献：務台信也「平面歪み問題における逆解析」東洋大学学士論文
東洋大学工学部 〒350-0815 埼玉県川越市鯨井2100 TEL 0492-39-1391