

欠陥を有する平板の波動散乱場の特性

東海大学大学院 学生会員 小倉 洋一
東海大学海洋学部 正 会 員 川上哲太郎

1. はじめに

近年, 土木建築構造物, 航空宇宙構造物などの分野では, 薄肉鋼製部材が多く用いられるようになってきている.

しかし, 薄肉鋼製部材を使用する場合, 繰り返し荷重による疲労破壊や, 地震などの予想外の荷重による構造物の倒壊など致命的な損傷の一因となる可能性を有している. このような, 薄肉鋼製部材の破壊を未然に防ぐためには, 部材内に存在する欠陥を事前に検知する必要がある.

そこで本研究では, 欠陥を有する薄肉平板の波動散乱特性を評価することにより, 欠陥の存在を検知することを考え, その理論的評価の確立を目的として, 境界要素法による楕円孔を有する無限平板の波動散乱問題の解析を行ったものである.

2. 境界要素法による数値解析手法^{1), 2)}

時間調和振動する薄肉平板の運動方程式は次式のように表される.

$$\left. \begin{aligned} (\Delta^2 - \lambda^4)u(\mathbf{X}) &= p(\mathbf{X})/D \\ \lambda^4 &= \frac{\omega^2 \rho h}{D}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで, Δ :ラプラシアン, ρ :密度, h :厚さ, ν :ポアソン比, E :ヤング率, $u(\mathbf{x})$:たわみである.

次に, 図1に示すような領域を定義する. D_- は平板外部(欠陥)の領域, D_+ は平板内部の領域を表し, ∂D は平板の境界, S は ∂D の弧長, $\mathbf{x}$ は D_+ 内の点, $\mathbf{y}$ は ∂D 上の点, $\mathbf{n}_y$ は単位法線ベクトル, $\mathbf{s}_y$ は単位接線ベクトルを表す.

図1に示すようなモデルに対する Green の外部問題におけるたわみに関する積分方程式及び境界積分方程式は次のように表される.

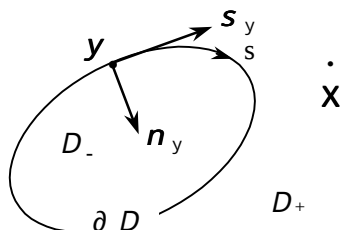


図1 領域, 境界, 単位法線ベクトル, 単位接線ベクトル

$$\begin{aligned} & - \int_{D_+} U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \frac{\rho(\mathbf{Y})}{D} dA_Y \\ & - \int_{\partial D} \left[U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \{ \mathbf{V}_n u(\mathbf{y}) \} + \{ \partial_{ny} U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \} \{ \mathbf{M}_n u(\mathbf{y}) \} \right. \\ & \quad \left. - \{ \mathbf{M}_{ny} U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \} \{ \partial_n u(\mathbf{y}) \} + \{ \mathbf{V}_{ny} U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \} \{ u(\mathbf{y}) \} \right] ds_y \\ & = -u_p(\mathbf{X}) - [S(\mathbf{V}_n u)](\mathbf{X}) + [D(\mathbf{M}_n u)](\mathbf{X}) \\ & \quad - [M(\partial_n u)](\mathbf{X}) + [V(u)](\mathbf{X}) \\ & = \begin{cases} u(\mathbf{X}) & \mathbf{X} \in D_+ \\ 1/2 u(\mathbf{x}) & \mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

同様に Green の外部問題におけるたわみ角に関する式は次式のようになる.

$$\begin{aligned} & - \partial_n u_p(\mathbf{X}) - [\partial_n S(\mathbf{V}_n u)](\mathbf{X}) + [\partial_n D(\mathbf{M}_n u)](\mathbf{X}) \\ & - [\partial_n M(\partial_n u)](\mathbf{X}) + \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}} [\partial_n V(u)](\mathbf{X}) \\ & = \begin{cases} \partial_n u(\mathbf{X}) & \mathbf{X} \in D_+ \\ 1/2 (\partial_n u)(\mathbf{x}) & \mathbf{X} = \mathbf{x} \in \partial D \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで, $\mathbf{M}_n$ 及び $\mathbf{V}_n$ は曲げモーメント及びせん断力に関する演算子であり, U は基本解である. 基本解 U は第一種 0 次ハンケル関数 $H_0^{(1)}$ を用いて具体的に次式のように表される.

$$U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) = -\frac{i}{8\lambda^2} [H_0^{(1)}(\lambda r) - H_0^{(1)}(i\lambda r)], \quad r = |\mathbf{X} - \mathbf{Y}| \quad (6)$$

自由境界 ∂D 上での境界条件は, 曲げモーメント及びせん断力が 0 であることから次のように与えられる.

$$\mathbf{M}_n u(\mathbf{x}) = \mathbf{V}_n u(\mathbf{x}) = 0 \quad \mathbf{x} \in \partial D \quad (7)$$

次に式(3), (5)に示される境界積分方程式を式(7)の境界条件のもとに解くために, 境界を離散化し数値積分を行い連立一次方程式に変換する. 最終的に解くべき連立一次方程式は, 次のようになる.

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{M} & (\mathbf{I}/2 + \mathbf{V}) \\ -(\mathbf{I}/2 + \partial_n \mathbf{M}) & \partial_n \mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_n \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_p \\ \partial_n \mathbf{u}_p \end{bmatrix} \quad (8)$$

3. 数値計算結果

数値解析例として, 図2に示すような楕円孔を有する無限平板を考える. 荷重としては, 平板内の任意の位置に調和振動する点荷重を置く. また, 平板の物性値は $E=200\text{kN/mm}^2$, $\nu=0.3$, $\rho=7.85\text{t/m}^3$, $h=1.0\text{mm}$ と設定した.

キーワード: 薄肉平板・波動散乱問題・動的応答・欠陥・非破壊評価・境界要素法

連絡先 (〒424-8610 清水市折戸 3-20-1, TEL0543(34)0411 FAX0543(34)9768, kawakami@scc.u-tokai.ac.jp)

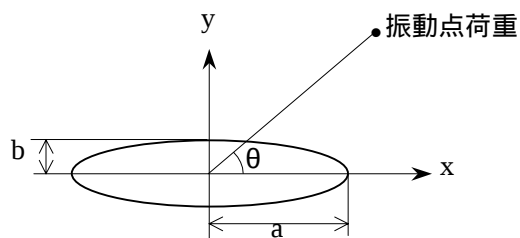


図2 楕円形欠陥解析モデル

図3に長径 $a=1.0$ ，短径 $b=0.1$ の楕円形欠陥に対して，角速度 $\omega=100(\text{rad/s})$ ，波源角度 $\theta=30^\circ$ で点加振した場合における，楕円形欠陥周上のたわみの時間領域応答分布を示す．周波数領域応答から時間領域応答への変換は逆フーリエ変換により行った．

図3より，波源に近い欠陥周上からたわみが始まり，反対側の欠陥周上のたわみと位相が生じていることがわかる．また，欠陥周上の応答は，入射波の波長に比べ非常に短いものであり，散乱波が顕著に現れていることがわかる．さらに，欠陥周上の応答が定常状態に近付くにつれて，散乱波は長周期へと移行している．

参考文献

- 1) KITAHARA MICHIMIRO: APPLICATIONS OF BOUNDARY INTEGRAL EQUATION METHOD TO EIGENVALUE PROBLEMS OF ELASTODYNAMICS AND THIN PLATES, 京都大学学位論文, pp.207-231, 1984.
- 2) 川上哲太郎：欠陥を有する薄肉平板の動的応答問題に関する基礎的研究，土木学会第55回年次講演会概要集，2000．

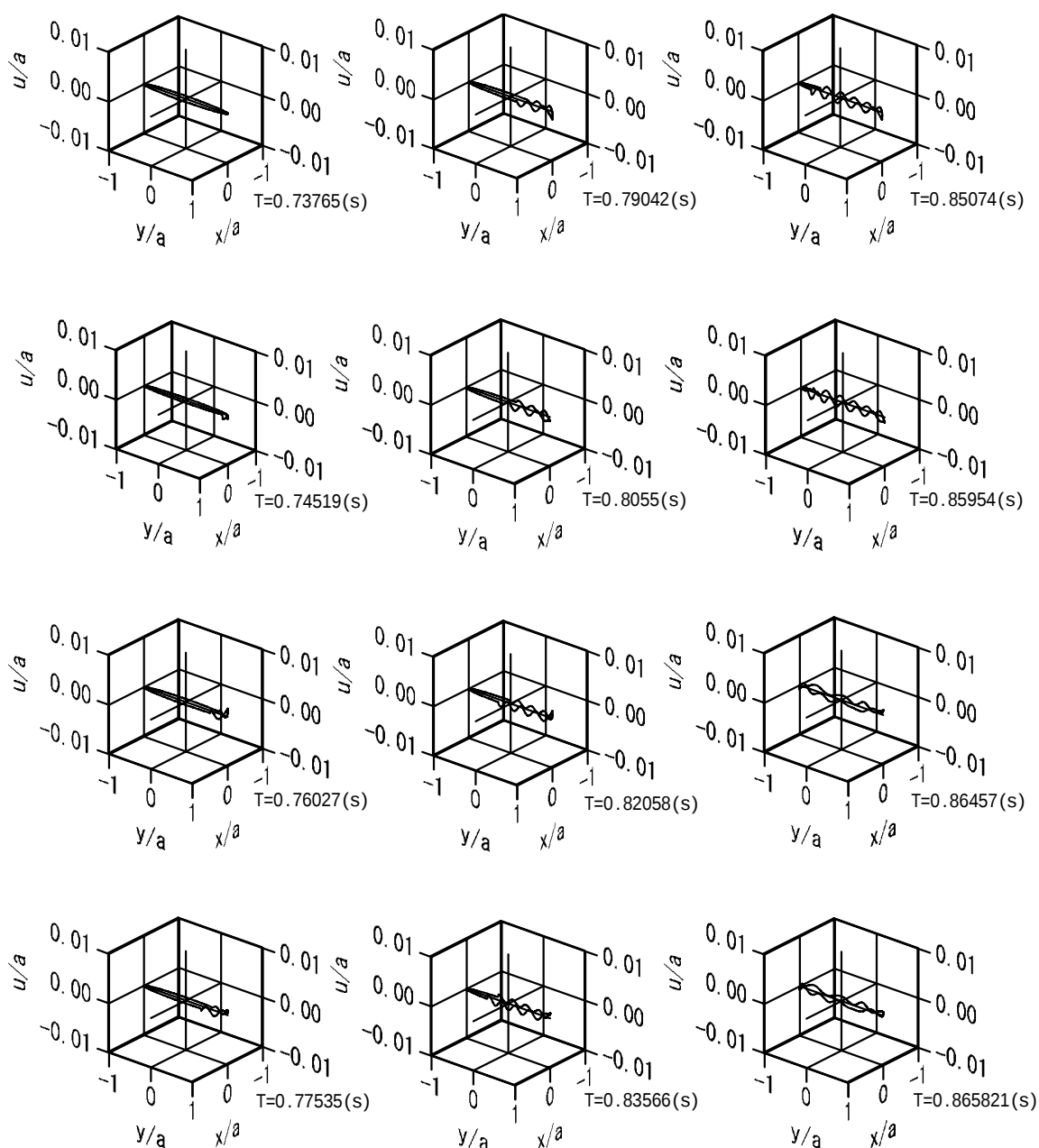


図3 時間領域における楕円形欠陥の挙動 ($\omega=100(\text{rad/s})$, $a=1.0$, $b=0.1$, $\theta=30^\circ$)