散乱波動場の可視化と欠陥の大きさ推定への一応用

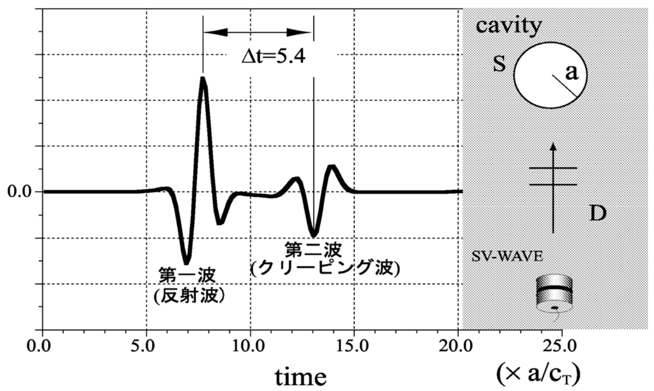
東北大学大学院　学生員　市野　太介
東北大学大学院　学生員　中畑　和之
東北大学大学院　正　員　北原　道弘

1. はじめに

円形空洞状の欠陥に向けて平面波を入射させると，欠陥表面からの反射波に続いて振幅の小さい第二の波が観測される．本研究では，後続の第二の波を可視化することにより第二の波の性質を明らかにし，円形空洞の大きさの推定に利用することを試みる．

2. 後方散乱波の一特性

円形空洞状欠陥に横波を入射したときの後方散乱波は，図-1 のようになる．第一波は円形空洞表面からの反射波である．後続の第二波は空洞表面に沿って伝播した表面波が受信されたものと推察される．この第二波の伝播過程を明確にすることができれば，欠陥の幾何学量の推定に利用することができる．ここでは，散乱波の可視化を行うことにより，図-1 中の第二波の性質と伝播経路を明確にする．



図–1 円形空洞による後方散乱波形

3. 散乱場の表現

固体内に存在する任意形状の散乱体による散乱波動場の計算法を要約する[1)]．

全変位場を $\hat{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x},\omega)$，散乱波を $\hat{\boldsymbol{u}}^S(\boldsymbol{x},\omega)$，入射波を $\hat{\boldsymbol{u}}^I(\boldsymbol{x},\omega)$ とし，全変位場を次のように定義する．

$$\hat{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x},\omega)=\hat{\boldsymbol{u}}^S(\boldsymbol{x},\omega)+\hat{\boldsymbol{u}}^I(\boldsymbol{x},\omega) \tag{1}$$

グリーンの公式を散乱波 $\hat{\boldsymbol{u}}^S(\boldsymbol{x},\omega)$ に適用し，結果を散乱場 $\hat{\boldsymbol{u}}^S(\boldsymbol{x},\omega)$ について整理すると，次のようになる．

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{u}}^S(\boldsymbol{x},\omega) &= \int_S \boldsymbol{U}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)\hat{\boldsymbol{t}}(\boldsymbol{y},\omega)dS_y \\ &- \int_S \boldsymbol{T}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)\hat{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{y},\omega)dS_y\end{aligned} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{U}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)$ は基本解，$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)$ は応力基本解である．

4. リッカー波と時間域波形の計算法

入射波として，$\boldsymbol{p}$ 方向に伝わる平面横波を考えると，入射波は次のように表される．

$$\boldsymbol{u}^I(\boldsymbol{x},t)=\boldsymbol{u}^0 f(t-\frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}}{c_T}) \tag{3}$$

ここで，$\boldsymbol{u}^0(=\boldsymbol{e}_3\times\boldsymbol{p}u^0)$ は平面波の振幅を表すベクトルである．式 (3) を時間 t についてフーリエ変換すると，次のようになる．

$$\hat{\boldsymbol{u}}^I(\boldsymbol{x},\omega)=\boldsymbol{u}^0 e^{ik_T\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}}\hat{f}(\omega) \tag{4}$$

ここで，$k_T=\omega/c_T$ は横波の波数である．式 (4) は $\boldsymbol{x}$ に依存する $\boldsymbol{u}^0 e^{ik_T\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}}$ と時間履歴 $f(t)$ のフーリエ変換 $\hat{f}(\omega)$ との積である．
ここでは，横波の時間履歴を $f(t)$ としてリッカー波を採用する．このとき，$f(t)$ は次のようになる．

$$f(t)=\frac{\sqrt{\pi}}{2}(\alpha-0.5)e^{-\alpha},\alpha=\left(\frac{\pi(t-t_s)}{t_p}\right)^2 \tag{5}$$

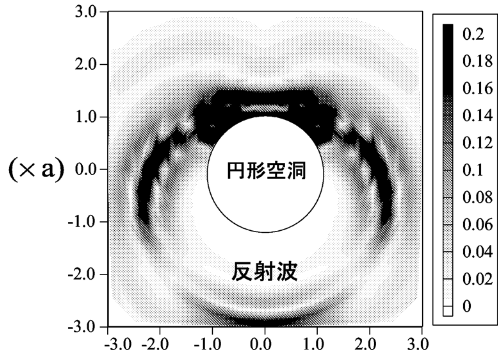
ここで，t_s は時間域波形の最大振幅に対応する時間であり，t_p はフーリエスペクトルが最大値を示す時の角振動数 ω_p に対応する時間である．本解析においては，$t_p=5T/96$，$t_S=T/4(T$ は全解析時間) とした．また，考えている場の線形性から，$\hat{\boldsymbol{u}}^I(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{u}^0 e^{ik_T\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}}$ とおき，非定常解を求める過程で $\hat{f}(\omega)$ 倍することにすると，$\hat{\boldsymbol{u}}^I(\boldsymbol{x})$ は式 (2) の入射波として用いることができ, 散乱波 $\hat{\boldsymbol{u}}^S(\boldsymbol{x},\omega)$ を計算できる．

5. 散乱波の可視化

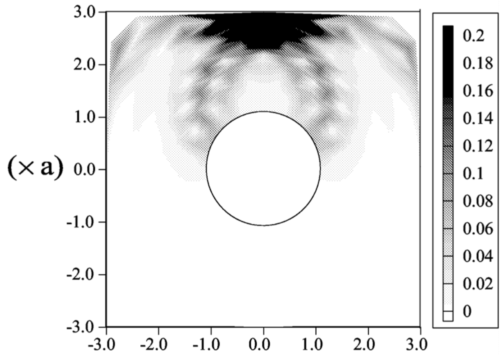
散乱波の波形を数値解析により可視化することを試みた．図-2 から図-5 は，散乱波の波形を時間 $\Delta t=0.157a/c_T$ おきに解析した結果のうち，空洞周辺を周

Key Words: 境界要素法，散乱波，クリーピング波，可視化，近似推定式
〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 06　TEL 022-217-7126　FAX 022-217-7127

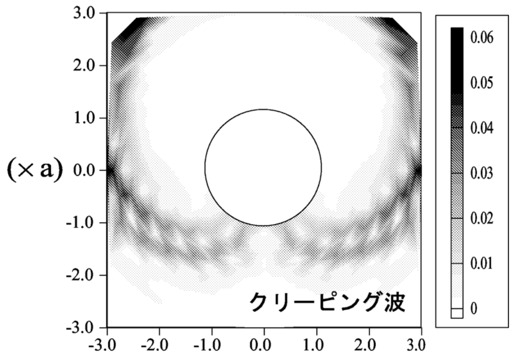
回する波[2](クリーピング波)に着目して，可視化したものである．図-2 を見ると，後方 (図-2 の下側) では，図-1 の第一波に対応する反射波が確認できる．図-4 では空洞周辺を伝播しているクリーピング波が，また図-5 からはクリーピング波に起因する波面が後方に伝播する様子 (図-1 の第二波に対応) が確認できる．



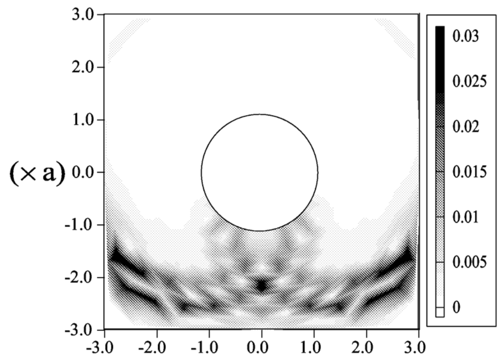
図–2 $t = 5.966(\times a/c_T)$ の時の散乱波



図–3 $t = 8.007(\times a/c_T)$ の時の散乱波



図–4 $t = 10.048(\times a/c_T)$ の時の散乱波



図–5 $t = 10.990(\times a/c_T)$ の時の散乱波

6. 円形ボイド欠陥の大きさの推定式

円形空洞欠陥に横波を入射したときの散乱波の伝播経路をまとめると図-6 のようになる．図-6 より，横波を入射したとき，まず円形空洞欠陥の表面上の点から戻ってくる反射波 (図-6 の S) が観測され，次に円形空洞欠陥の後方を半周して回ってくるクリーピング波 (図-6 の C) が観測されることが分かる．ここで，反射波 (S-波) とクリーピング波 (C-波) との間の時間差は次のように表現される．

$$\Delta t = \left(\frac{2}{c_T} + \frac{\pi}{c_R} \right) a \tag{6}$$

ここで，a は円形空洞の半径である．また，c_R はレイリー波の波速であり，近似的に次のようになる．

$$c_R = \frac{0.862 + 1.14\nu}{1+\nu} c_T \tag{7}$$

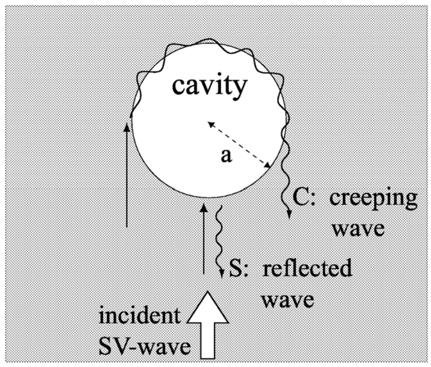
ここで，ν はポアソン比であり，解析上 $\nu = 0.25$ の物質を想定しているので，レイリー波の波速は $c_R = 0.918c_T$ と近似できる．この値を式 (6) に代入すると，円形空洞の半径 a の近似推定式を次のように得る．

$$\bar{a} = \frac{c_T}{5.422} \Delta t \tag{8}$$

ここで $\bar{a}$ は半径の推定値である．実際に，数値解析により半径 $a = 1mm$ の円形空洞を想定して解析を行い，図-1 のように反射波とクリーピング波の最大振幅の時間差 Δt を求めると，$\Delta t = 5.4a/c_T$ となる．この Δt を式 (8) に代入して半径を推定すると，次のようになる．

$$\bar{a} = 0.996mm \tag{9}$$

この結果より，円形空洞の半径の推定式が，実際の半径とよく一致していることが分かる．



図–6 反射波とクリーピング波

参考文献

1) 小田島, 中畑, 北原, 散乱波形による欠陥種類の一識別法について, 土木学会東北支部発表概要集, pp.58-59, 2000 年 3 月.
2) G. J. Gruber, G. J. Hendrix and T. A. Mueller, Development of a quantitative flaw characterization module - A status report, RPQNDE, Vol.3, pp.309-321, 1982.