イメージベースFCMの開発とその性能評価

東北大学　学生員　○山岸 道弘
学生員　浅井 光輝
正員　寺田 賢二郎

1. はじめに

Shiにより提案されたマニフォールド法[1]は，主に連続体における数値解析手法として用いられてきたFEMと，クラックなどの不連続面を有する不連続体解析手法として開発されたDDAを一般化した手法であるとされている．このマニフォールド法では，近似関数空間の定義域と物理的な領域を別々に捉えることができることが特徴として挙げられる．大坪らはこの基本概念を利用し正方形（立方体）による数学被覆を利用したFCM（Finite Cover Method：有限被覆法）を提案し，メッシュフリー法として応用している[2]．FCMでは，数学被覆を規則的に分布させていること，また物理境界を表す物理被覆は数学被覆とは分離して定義できることから解析モデルの自動生成が容易となる．

本研究では，このようなマニフォールド法の特長を活かして，ディジタル画像情報を利用した解析モデルの自動生成法を提案するとともに，その解析対象を複合材料問題に拡張する．いくつかの解析例によって本手法の有効性を示す．

2. FCMの理論の概要

(1) 被覆

FEMは，解析対象を要素という部分領域に分割して式を展開し，各々の式をその要素の結合情報から再び全体系の連立代数方程式に組み立て直すという方法論をとる．解析対象の分割と再構築という点ではFEMと同様であるものの，FCMは「近似関数の定義される数学的な部分領域」と「支配方程式が満たされるべき物理的な部分領域」を分離して考えるという点でFEMとは一線を画する．この場合，前者は「数学被覆」と呼ばれ，これを物体領域を余すところなく覆い尽くすよう重ね合わせ，物体領域と数学被覆の重なり合う領域「物理被覆」において剛性方程式を組み立てることになる．

(2) 関数の定義

各数学被覆において変位を規定するために次のような2つの関数が定義される．

$$
\begin{array}{lcl}
f_i(x,y) & : & \text{被覆変位関数} \\
w_i(x,y) & : & \text{重み関数}
\end{array}
$$

ここで，被覆変位関数は数学被覆ごとに任意に定義される関数である．

重み関数としては，数学被覆内ではある値を持ち，物理被覆外では零となるようなものを考える．すなわち，数学被覆をM_iで表すと次式として示される．

$$
\begin{array}{lcll}
w_i(x,y) & \geq & 0 & (x,y)\in M_i \\
w_i(x,y) & = & 0 & (x,y)\notin M_i
\end{array}
\tag{1}
$$

また，物理被覆同士が重なっている領域での重み関数の総和は1であるといった制約が課される．

$$
\sum_{x,y\in M_i} w_i(x,y) = 1 \tag{2}
$$

以上のように被覆変位関数を各被覆において定義し，それらを重み付き和として重ね合わせることで全体変位関数が次のように定義される．

$$
u(x,y) = \sum_{i=1}^{k} w_i(x,y)u_i(x,y) \tag{3}
$$

このように，重み関数をかけて重ねることによって被覆変位関数に任意の連続関数を設定しても全体としての連続性が保たれることになる．

本研究では数学被覆として規則的な正方形メッシュを採用し，FEMにおける双一次の形状関数に相当する重み関数$w_i(x,y)$を用いることにした．また，被覆変位関数$f_i(x,y)$は定数関数を用いた．

3. イメージベースFCM

通常のピクセル(ボクセル)を用いたFEM解析では，ピクセルを正方形の要素と置き換えることから容易に解析モデルを作成することができる(**図–1**)というメリットがある一方，階段状で定義される物理境界線上での数値振動による非現実的な応力分布を与える問題が残されている．計算精度向上には，正方形からなる固定格子では，すべての領域について細分化することで解析誤差を低減することも可能であるが，解析自由度が跳ね上がり効率的な解析手法とは言い難い．

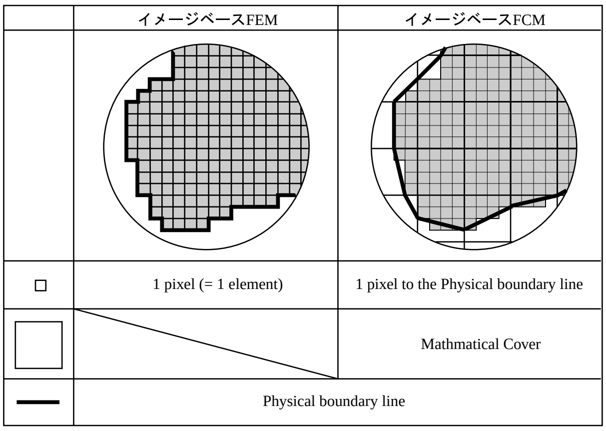
マニフォールド法の考え方を継承するFCMでは，本来物理境界はあくまでも線(面)で定義し，その領域をある正方形メッシュからなる数学被覆で覆うことで，解析モデルが作成される(**図–1**)．このため，物理境界を滑らかな線で表現するために高解像度の画像データを使用し，これとは独立に定型の数学被覆を定義することができる．以上の解析モデリングの操作は，実際の物理形状と適合した解析モデルが生成されるだけでなく，計算精度にあわせて解析自由度を自由に設定できることが特徴である．

〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉06

Key Words: イメージベースモデリング，*FCM*，不連続体解析

この一連の操作は，物理被覆が任意の形状により定義可能であるといったマニフォールド法のメリットを生かしたモデリング手法であり，１要素内での節点数に制約のあるFEMをベースとしては不可能な方法である．このため，本手法は，メッシュ形状にとらわれないで画像データから自動的に解析モデリングが生成できることから，メッシュレス法としての枠組みを持っているといえよう．

本手法を複合材料に拡張する際に， FCMでは一般に物理境界上に自由度を持たないことから，異種材料間の変位の連続性を自明に満足させることができない．そこで本研究では，連続条件緩和型エネルギー原理に基づき，ペナルティー法により処理した．



図–1 イメージベースモデリング

4. 数値解析

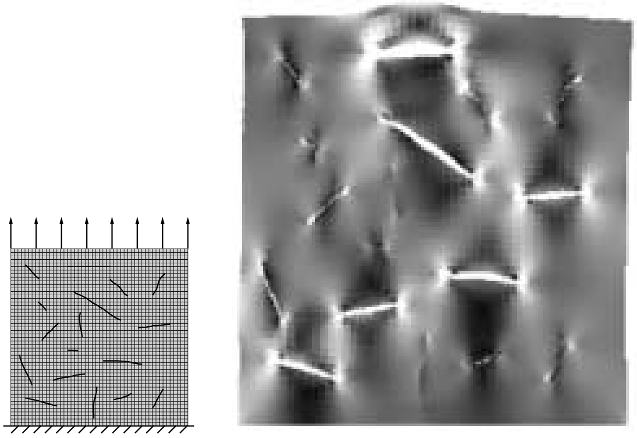
(1) 亀裂性材料の解析

まず，不規則に多数の不連続面(亀裂)が存在するモデルを解析する．この解析モデルは，(1500(pic) × 1500(pic))の解像度の画像データにより境界線を定義し，(50 × 50)の数学被覆をかぶせることにより生成している．この際，材料は岩盤を想定し，材料定数としてヤング率E =10(GPa)，ポアソン比ν =0.25を用いる．また，拘束および荷重条件は，物体の下面を固定し，上面に等分布荷重を引っ張り方向に作用させた．

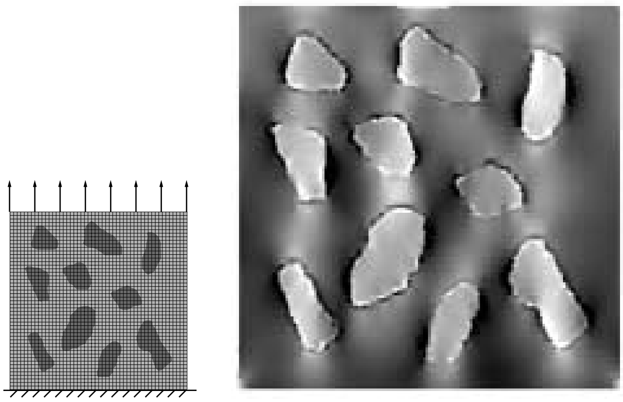
図–2には，変形図(変形倍率10倍)とともにvon Mises応力をプロットしており，白い部分ほど応力が高くなっているところである．荷重に対して垂直方向の亀裂面は開口変位が表現され，その亀裂先端には応力集中が観測できることから，完全な特異性は表現してはいないが，定性的には妥当な結果と言える．

(2) 複合材料の解析

次に，コンクリートの切断断面の写真から画像データを取り込み，モルタルと骨材からなるメゾレベル構造としての解析モデルを生成した例を示す．この例題も(1500(pic) × 1500(pic))の解像度の画像データと(50 × 50)の数学被覆を使用して解析モデルを生成した．



図–2 亀裂性材料解析結果(von Mises応力)



図–3 複合材料解析結果(von Mises応力)

図–3に示す解析結果より，同種の解析法であるイメージベースFEMで問題とされてきた異種材料の境界面での非現実的な応力振動がかなり回避されていることが確認できる．

5. おわりに

イメージベースFCMの開発により，複雑な幾何形状をもつ複合材料などの解析において今までボルトネックとされてきた解析モデルの生成に費やす労力を大幅に低減することができた．さらに解析結果より，イメージベースFEMの問題点であった階段状の境界近似による応力集中を低減できること，また形状の認識とは独立に解析自由度を調整できるなどのメリットを有することを確認し，本手法のメッシュレス法的な発展が期待される．

参考文献

1) Shi,G.H.:Manifold method of material analysis, Transactions of the 9^{th} Army Conference On Applied Mathematics and Computing,Repot Np.92-1,U.S. Army Research Office,1991.
2) 大坪英臣，鈴木克幸，寺田賢二郎，中西克嘉: 被覆単位で精度をコントロールするマニフォールド法(FCM)，計算力学講演会論文集 Vol.2,p399-402,1997.