

薄板のせん断座屈問題に対する EFGM 解析

○ 足利工業大学大学院 学生会員 石山竜太郎
足利工業大学土木工学 正 会 員 末武 義崇
足利工業大学大学院 学生会員 内田伸一郎

1. はじめに

有限要素法は、既に工学の分野で代表的な数値解析手法として幅広く利用されている。一方、最近になって要素分割を必要としない新しい数値解析手法、“Element Free Galerkin Method(EFGM)”が注目されている。既往の EFGM については、Belytshko¹⁾らによって考案された移動最小二乗法に基づく EFGM が最も著名である。一方、筆者らが考案した Lagrange の多項式に基づく EFGM²⁾は、重み関数を用いない簡明さと基本境界条件を直接的に評価しうることを特徴としており、これまで梁や薄板の有限変位解析に適用して、その有用性を確認してきた。

本研究では、具体的な解析対象として、面内せん断力を受ける薄板のせん断座屈問題を選択し、考案したエレメントフリー法の適用可能性について定量的な解析を行い、有限要素法との比較を通じその妥当性や有用性について検討を試みた。

2. Lagrange 多項式を用いた EFGM

Lagrange 多項式を用いた EFGM の詳細については既に報告済みであるから、ここではその主な特徴を述べるにとどめる。有限要素法では、固定したサポート領域である“要素”をあらかじめ設定して解析するのに対し、EFGM では、各評価点に付随して移動するサポートを設定するために要素分割は不要となる。また、Lagrange 多項式を用いることによって、節点値を直接の未知量とすることができるため、各周辺のたわみを厳密にゼロとすることができる。すなわち、基本境界条件の直接処理が可能となる。

3. 解析方法

本研究では、図 1 に示すような、面内せん断力を受ける周辺単純支持平板を解析対象とし、せん断後座屈挙動の解析を行った。EFGM の数値計算にあたっては、総節点数 $11 \times 11 = 121$ 、縦横比 $b/a=1$ 、幅厚比 $t/a=0.02$ 、Poisson 比 $\nu = 0.3$ 、数値積分公式を適用するための小領域であるセルの総数を $5 \times 5 = 25$ とした。数値積分にあたっては Gauss の積分公式を用い、積分次数については、2～10 まで変化させた。また、サポートパラメータについても、 $\rho = 0.6 \sim 1.4$ の範囲で 0.2 刻みで変化させて解析を実施した。初期たわみ w_0 の形状は 2 方向正弦半波の形状とし、次式の形に仮定した。

$$w_0(x, y) = w_{co} \cos \frac{\pi x}{2} \cos \frac{\pi y}{2} \quad (2)$$

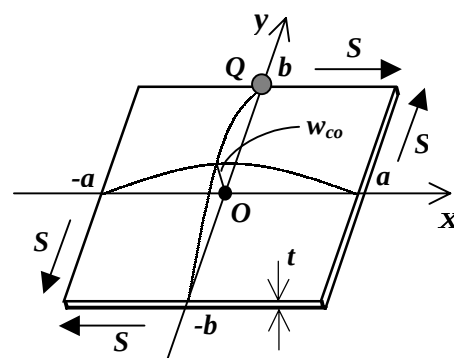


図 1. 初期たわみを有する正方形平板

中央点の初期たわみを $w_{co}/t=0.01\text{cm}$ とした。適用した境界条件は、薄板周辺でたわみおよび曲げモーメントをゼロとした他、境界に直交する方向の面内変位をゼロとした。非線形計算に際しては、図 1 の点 Q における x 方向変位 u を制御パラメータとする変位増分法を用いることとし、各増分区分ごとに Newton 法のアルゴリズムに従った収束計算を実施した。収束判定については、反復計算の際に得られる不平衡力ベクトルの大きさが、変位増分に対応する増分荷重の 0.1%未満になるまでとした。次に有限要素法の解析条件について述べる。数値計算にあたっては、汎用解析プログラム MARC を使用した。解析に用いた要素タイプは、4 辺形厚肉線形シェル要素(FEM-A)、8 節点厚肉曲面シェル要素(FEM-B)、8 節点薄肉線形シェル要素(FEM-C)の 3 タイプである。各要素タイプの総節点数は、FEM-A については 441 節点、FEM-B および FEM-C についてキーワード:エレメントフリー法, Lagrange 多項式, 薄板有限変位, せん断座屈

〒326-8558 栃木県足利市大前町 268-1 足利工業大学 TEL: 0284-62-0605 FAX: 0284-64-1061

ては 841 節点である。EFGM および有限要素法とも各区間で与えた変位増分 Δu については $\Delta u/a=0.00005$ で常に一定とし、総ステップ数を 50 として計算を行った。

4. 解析結果および考察

解析結果を図 2～図 5 に示す。図 2 および図 3 は、横軸に板の中央点のたわみを板厚で割って無次元化したたわみ ω_c 、縦軸に周辺のせん断力をせん断座屈荷重³⁾で割って無次元化した荷重 Γ をそれぞれとって図示したものである。

図 2 は、EFGM のみの解析結果について、幾つかのパラメータを変化させた場合の比較結果を示した。図には、座屈荷重が理論値に近い解析結果(プロット有)を中心に示した他、比較のために変形挙動が異なった結果(プロット無)についても図示した。図から明らかなように、座屈荷重を良好にとらえた結果が得られた一方で、パラメータを変化させるとせん断座屈荷重の値が変化するだけでなく、後座屈挙動にもかなり大きな差異が生じている。

図 3 はエレメントフリー解析結果と有限要素解析結果とを比較した図である。プロットの無い実線がエレメントフリー解、プロット付きの実線が有限要素解である。EFGM については、Gauss 積分次数 7、サポートパラメータ $\rho=1.2$ の場合を例に挙げた。図から明らかなように、EFGM、FEM-A、FEM-B、FEM-C の 4 者を比較すると、後座屈曲線の形はいずれも同様な形状になっているのに対し、有限要素法については要素タイプの違いで全く違った解析結果が得られている。EFGM と FEM-B を比較すると、せん断座屈荷重については両者ともほぼ一致しているものの、後座屈挙動については若干の差異が生じている。

図 4 及び図 5 は、図 3 において $\omega_c=0.55$ のときの変形モードを図示したものである。図は、実際の変形を約 50 倍に拡大して表わしたものである。両者とも変形がかなり進行した状態の図であり、変形モードが対角線方向に向かって 1 つの山に統合されている様子が観察された。従って、変形モードについては、定性的に概ね妥当な結果が得られたと考えられる。

5. まとめ

本研究では、Lagrange 多項式に基づく EFGM を、面内せん断力を受ける薄板の座屈解析に適用し、有限要素法との比較と通じて検討を試みた。EFGM の各種パラメータを変化させて解析を行った結果、座屈荷重を良好にとらえた結果が得られた一方で、せん断座屈荷重の値や、後座屈挙動に大きな差異を生ずるような結果も得られている。また、有限要素法との比較については、せん断座屈荷重については用いる要素タイプの違いによって得られる結果に差異が生ずることも明らかになった。変形モードについては、両者とも変形の進行とともに、対角線方向に 1 つの山が発達する様子など、せん断力を受ける薄板の特徴がとらえられており、定性的に概ね妥当な数値解が得られた。

今後は、更に各種パラメータを種々変化させて解析データの蓄積を計り、定量的な検討を重ねていく必要がある。

参考文献

- 1) T. Belythshko, T. et al.: Element-free Galerkin methods, Int. J. for Numer. Meth. Engrg., Vol. 37, pp. 229-256, 1994.
- 2) 末武: Lagrange 多項式を用いた薄板のエレメントフリー有限変位解析, 計算工学会講演会論文集, Vol. 4, pp. 55-58, 1999.
- 3) 長柱研究委員会: 弾性安定要覧, コロナ社, 1967.

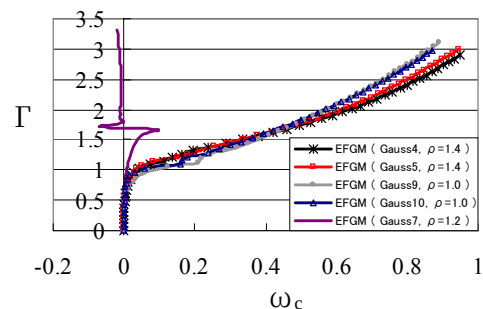


図 2. 荷重－変位曲線(EFGM)

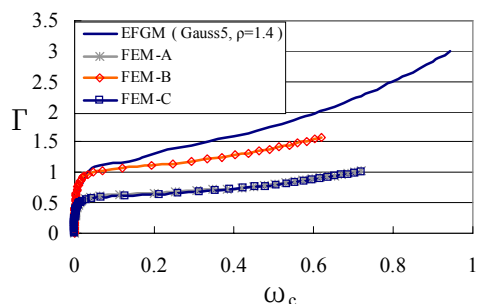


図 3. 荷重－変位曲線(EFGM および FEM)

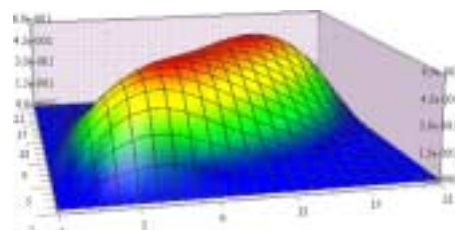


図 4. 変形モード(EFGM, $\omega_c=0.55$)

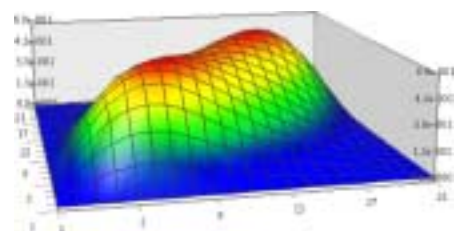


図 5. 変形モード(FEM, $\omega_c=0.55$)