

# 圧縮と曲げを受ける鋼製円筒の終局強度について

関西大学大学院 学生員 ○梅津基義 日本工営(株) 正会員 古西和夫  
 関西大学工学部 正会員 堂垣正博

1. まえがき 先の兵庫県南部地震では、円形断面の鋼製橋脚に地震動による凄まじい繰り返しの水平力が作用し、「提灯座屈」と呼ばれる局部座屈を伴う損傷が多く見受けられた。構成板要素の局部座屈は、鋼構造部材の耐荷力や変形性能に大いに関係する。鋼構造を形成する柱やはりなどは、一般に、その断面が局部座屈しないように断面設計される。そのため、示様設計では構成板要素の幅厚比や径厚比に制限が設けられている<sup>1),2)</sup>。ここでは、圧縮と曲げを受ける鋼製円筒の極限強度特性について検討する。

2. 鋼製円筒の弾塑性有限変位理論 解析対象は、Fig.1に示すような両端が固定支持された圧縮力と曲げモーメントが作用する、長さ $a$ 、半径 $R$ 、肉厚 $t$ の鋼製円筒である。この鋼製円筒の材質は、降伏点応力 $\sigma_y=235\text{MPa}$ 、Young率 $E=206\text{GPa}$ 、Poisson比 $\nu=0.3$ の鋼材(SM400材)である。製作時に不可避免的に生じる不整には、式(1)で表される円周方向に一様で、母線方向に正弦波の初期たわみと、Chen-Rossの溶接による残留応力を仮定した。

$$w_{0(x)} = -C \frac{a}{2000} \left( \sin \frac{2\pi x}{a} + 1 \right) \quad (1)$$

基礎式を誘導するにあたり、以下のような仮定を設ける。

鋼材は完全弾塑性体でひずみ硬化しない。 Kirchhoff-Loveの平面保持の仮定が成り立つ。 降伏の判定には、von Misesの等価応力を用い、降伏後の応力-ひずみ関係にはZieglerの移動硬化則が準用できる。 弾塑性状態での断面力は、LinあるいはMassonnetの弾塑性論に従う。

(1) 釣り合い式 鋼製円筒の力の釣り合い式は、ポテンシャルエネルギー停留の原理より、以下のように求められる。すなわち、

$$\begin{aligned} & \left( 1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} N_x + \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \left( 1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} N_{x\theta} \right\} + \frac{1}{R^2} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} N_\theta \right) = 0, \\ & \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} N_x + \left\{ 1 + \frac{1}{R} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} - \bar{w} \right) \right\} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} \right. \\ & \quad \left. + 2 \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} - \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) N_{x\theta} - 2 \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} \right\} + \frac{1}{R^2} \left\{ \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} - \bar{w} \right) \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \left( \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - \nu - 2 \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} \right) N_\theta - \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} \right\} = 0, \\ & \frac{\partial N_x}{\partial x} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} N_x + \frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x^2} + \frac{1}{R} \left\{ N_\theta + \left( \nu + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} \right. \\ & \quad \left. + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial \theta} \right) N_{x\theta} + 2 \frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x \partial \theta} \right\} + \frac{1}{R^2} \left\{ \left( 2 \frac{\partial v}{\partial \theta} - \bar{w} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \theta^2} \right) N_\theta + \left( \nu + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta^2} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 境界条件式 圧縮力と曲げの組合せと等価な強制変位 $u_0$ を母線方向に与えれば、圧縮力と曲げモーメントが作用する円筒の境界条件を定義することができる。すなわち、

$$u = -u_0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} - \frac{\partial w_0}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

3. 数値解析法 式(2)は、変位 $u, v, w$ を未知数とした3元連立の非線形偏微分方程式である。微分方程

Key words: 鋼製円筒, 耐荷力, 局部座屈

\* 〒564-8680 吹田市山手町3-3-35 TEL 06-6368-0882 FAX 06-6368-0882

\*\* 〒453-0015 名古屋市中村区椿町14-13 TEL 052-453-2900 FAX 052-453-2901

\*\*\* 〒590-0977 堺市大浜西町2-2 TEL 0722-38-9909 FAX 0722-25-1254

式の近似解法である差分法を用いれば、これらの式は離散点の変位で表された多元連立の非線形代数方程式に変換できる。一般に、差分法は解析対象内を等間隔に分割し、それらの点でつり合い式や境界条件式を立てる。しかし、鋼製円筒の場合、荷重の種類によってはその座屈変形が局所的になることがある。そこで本研究では、部材軸方向に不等間隔な差分を用いて、変形が局所的となる箇所のみを細かく分割し、それ以外の範囲を粗く分割することを考える。不等間隔の差分係数は、Fig.2に示すように解析対象内に不等間隔の分点での関数値にLagrangeの補間式を用いることで式(3)のように部材軸 $x$ の関数 $f(x)$ で表し、それを微分することで得ることができる。たとえば、2階の微係数は式(4)のように表される。

$$f(x) = \sum_{i=0}^r \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_r)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_r)} f_i$$

$$= \sum_{i=0}^r f_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^r \frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)}$$

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = \sum_{i=0}^r f_i \frac{\sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^r \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i, j}}^r \prod_{\substack{l=0 \\ l \neq i, j, k}}^r (x-x_l)}{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^r (x_i-x_j)}$$

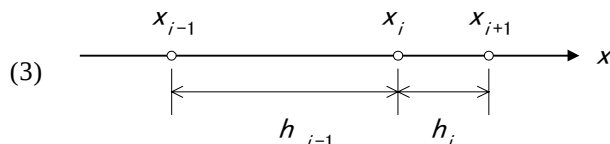


Fig.2 不等間隔に設けられた差分点

差分法の適用で得られた多元連立非線形代数方程式を増分法と反復法の混合法で解けば、非線形解が求められる。

4. 数値解析結果とその考察 解析に用いる鋼製円筒は、変形の対称性を考慮し円周方向に1/2、部材軸方向に1/2の鋼製円筒を解析した。

まず、径厚比が $R/t=50$ の場合、径長比 $R/a$ を種々変化させて終局時の軸方向たわみ波形を調べたところ、Fig.3を得た。ただし、初期たわみと残留応力は無視した。図中、縦軸は肉厚 $t$ で無次元化された面外変位 $w$ 、横軸は半径 $R$ で無次元化された端部からの距離 $x'$ である。図から明らかなように、いずれの径長比でも、端部付近に局所的な変形が表れ、鋼製円筒特有の変形を呈している。

つぎに、径長比が $R/a=0.3$ の場合の鋼製円筒の局部座屈強度を求めるため、 $R/t$ を種々変化させ解析した結果、Fig.4に示す終局強度と径厚比パラメータとの関係を得た。ただし、初期たわみと残留応力のいずれも考慮し、初期たわみの最大値は $w_{0\max}=-a/1000$ とした。図中、縦軸は全強で無次元化された終局圧縮強度、横軸は径厚比パラメータ $R_t=\{3(1-\nu^2)\}^{1/2}(\sigma_y/E)(R/t)$ である。同図には、道路橋示方書(JSHB)のSM400材に対する強度式、ECCSの強度式、鋼構造物設計指針(DCSS)とAISCの強度式および宇佐見らの実験による提案式も示す。図から明らかなように、本解析値は、他のどの強度式に比べても若干高めの強度を示す。これは、初期たわみの形状が正弦波であるため、必ずしも最低の強度を与えていないことが考えられる。

5. あとがき 幾何学的・材料的非線形理論に基づいた鋼製円筒の弾塑性有限変位解析を行い、その局部座屈強度を求めた。また、変形の局所化現象に注目して、その発生位置や径長比との関係を調べた。

参考文献 1) 日本道路協会編：道路橋示方書・同解説，耐震設計編，丸善，1996-12. 2) 日本道路協会編：道路橋示方書・同解説，共通編，鋼橋編，丸善，1996-12. 3) 宇佐見勉・青木徹彦・加藤正宏・和田匡央：鋼管柱の圧縮および曲げ耐荷力実験，土木学会論文集，No.416/I-13，pp.255-264，1990-4.

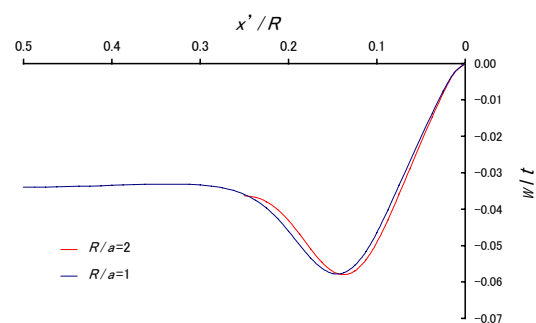


Fig.3 軸方向たわみ波形と径長比の関係

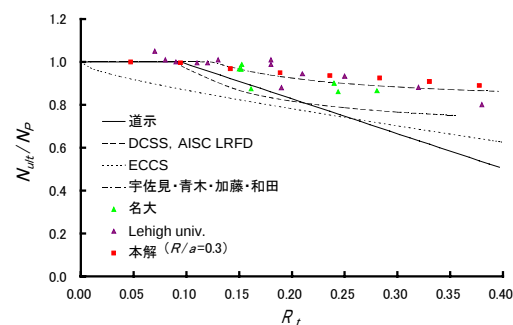


Fig.4 鋼製円筒の局部座屈強度