

BF/MCF による動的非線形システムのパラメータ同定

武蔵工業大学 正会員 星谷 勝
 武蔵工業大学 正会員 丸山 収
 武蔵工業大学 学生員 西家 晃徳

1. はじめに

本研究は, Bootstrap filter/Monte Carlo filter¹⁾を動的非線形システムのパラメータ同定問題に適用している. BF/MCF は計算機による数値実験から得られるサンプル実現値をもとに確率密度関数を表現するという考え方に基づいており, 予測分布に関しては, 状態方程式をもとに十分な数のサンプル実現値をシミュレートし, フィルタリング分布に関しては予測によって得られたサンプル実現値を, それぞれの発生のおよび度に応じて比例する重みをもとにリサンプリングすることで, 確率密度関数自体を更新するアルゴリズムである. 以下に示す数値計算例により, BF/MCF が非線形および非ガウス性確率場の同定問題に適用可能であることが明らかとなった.

2. 動的非線形システムのパラメータ同定

非線形 1自由度系のパラメータ問題を対象とする.

$$\ddot{z}(t) + 2h\omega_0\dot{z}(t) + \omega_0^2\phi(z, \dot{z}) = -\dot{f}(t) \quad (1)$$

ここで, h : 減衰係数, ω_0 : 固有円振動数である.

非線形復元力特性として, 以下に示す Bouc and Wen モデル²⁾を用いることとする.

$$\dot{\phi}(z(t), \dot{z}(t)) = A\dot{z}(t) - \beta|\dot{z}(t)|\phi(z(t), \dot{z}(t))^{n-1}\phi(z(t), \dot{z}(t)) - \gamma\dot{z}(t)|\phi(z(t), \dot{z}(t))|^n \quad (2)$$

ここで, A, β, γ, n : 履歴特性をコントロールするパラメータである.

次に, BF/MCF のアルゴリズムを適用するために, 式(1)および式(2)で与えられるシステムの支配方程式を, 状態方程式へと表現する必要がある.

式(2)において $n=1$ として, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t) \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7] = [z(t) \ \dot{z}(t) \ \phi(z(t), \dot{z}(t)) \ h \ \omega \ \beta \ \gamma]$ と状態空間表示すると, 式(3)に示す連続型状態方程式を得る. 式(3)の連続型状態方程式は, 数値計算を行う際にルンゲクッタ法により, 離散型状態方程式へと変換される. 観測方程式は, 観測量が変位および速度とすると式(4)のようになる.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -2x_4x_5x_2(t) - x_5^2x_3(t) - \ddot{f}(t) \\ Ax_2(t) - x_6|x_2(t)|x_3(t) - x_7x_2(t)|x_3(t)| \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3) \quad \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

観測データの作成に際して, $N(0, 200)$ の乱数系列を作成し, 時間刻み 0.01(sec) の入力加速度としてシステムに作用するものとした. 次にシステムのパラメータを $h=0.05, \omega=7.07$ (rad/sec), Bouc and Wen モデルに対して $b=0.2, g=0.2, n=1$ および $A=1.0$ として応答計算を行った. 観測データには, 変位応答波形に $N(0, 0.45)$ および速度波形に $N(0, 4.5)$ のガウス性ホワイトノイズを観測ノイズとして付加した.

次に, 変位および速度を観測データとして, BF/MCF により非線形システムの動特性の推定を行った. その際, 各パラメータの初期分布は対数正規分布するものとして与えた. 図-1 から図-4 に各パラメータの条件付平均値の収れん過程を示した. これらの結果は, BF/MCF におけるフィルタリング時の密度関数から算出されたものである. 図-5 および図-6 は 50 ステップまでの条件付密度関数の経時変化を示しており, データの逐次処理によりフィルタリング時の密度関数が決定論的になっていく様子がわかる. また, 図-7 は観測ノイズを非常に小さくした場合であり, 早期の時点で一定値に収れんしていることが分かる. また, 図-8 は非常に大きな観測ノイズを考慮した場合であり, 基本的にフィルタリング効果が期待できないことが分かる.

キーワード: モンテカルロフィルタ, ブートストラップフィルタ, パラメータ同定, 非線形システム

連絡先: 〒158-8557 世田谷区玉堤 1-28-1, TEL 03-3703-3111 FAX 03-5707-2187

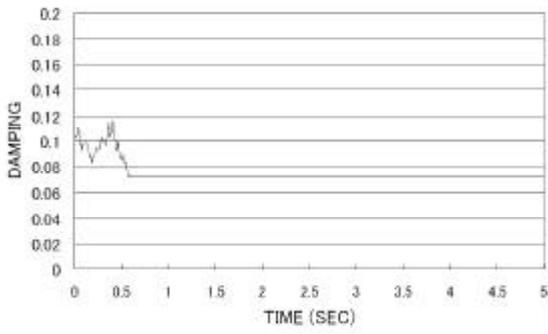


図-1 \hat{h} の収れん過程

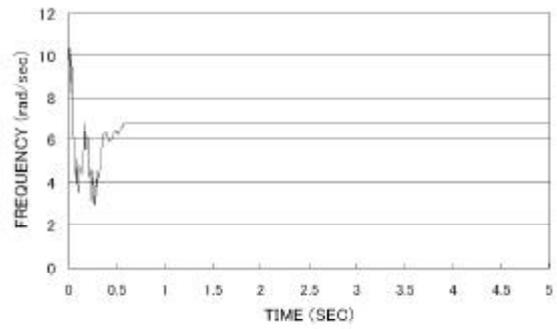


図-2 $\hat{\omega}$ の収れん過程

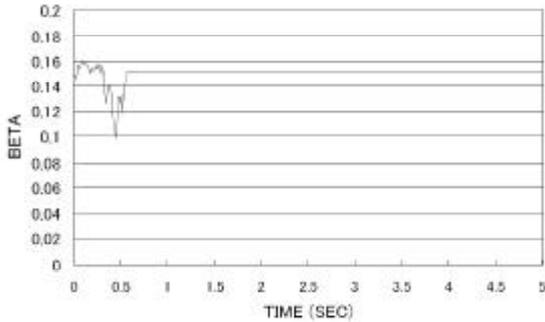


図-3 $\hat{\beta}$ の収れん過程

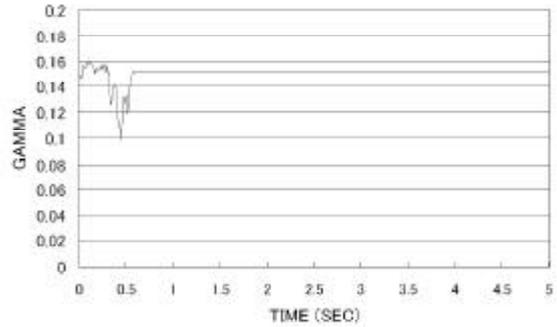


図-4 $\hat{\gamma}$ の収れん過程

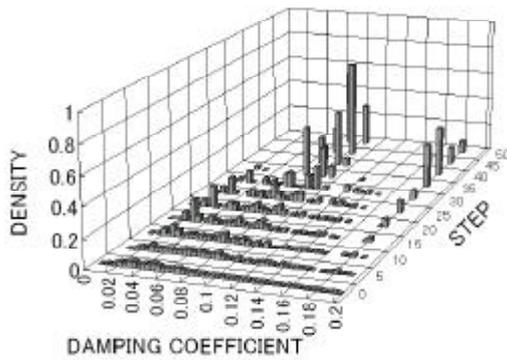


図-5 h の密度関数

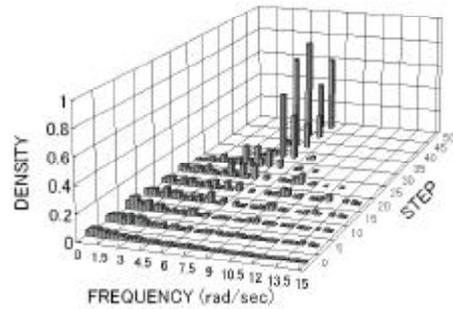


図-6 ω の密度関数

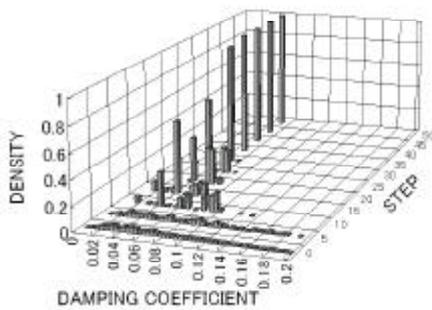


図-7 h の密度関数(Small Noise)

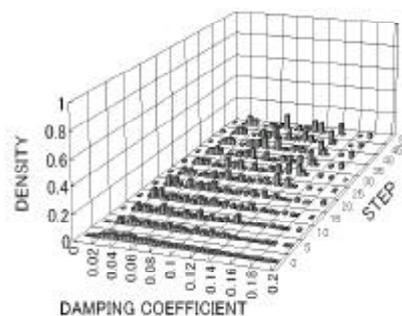


図-8 h の密度関数(Large Noise)

参考文献 :1) Kitagawa, G. 1996b Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian Nonlinear State Space Models, *Jour. of Computational and Graphical Statistics*, Vol.5, No.1:1-25.,2) Wen, Y.K. 1976. Method for Random Vibration of Hysteretic Systems. *Jour. of EM Div., ASCE*, Vol.102:249-263