

モンテカルロフィルタを用いた構造物の非線形動特性の同定

大阪市役所 正会員 原田俊崇
京都大学防災研究所 正会員 佐藤忠信

1. はじめに

システム同定は構造物のヘルスマonitoring手法の一つである。本研究ではモンテカルロフィルタを用いた非線形構造システムの同定手法を提案する。まず、非線形パラメータに関する情報がない場合に対して、逐次型線形化法により線形化を行い同定を行う手法を示す。次に、非線形状態方程式を用いた同定手法に対して解析例を示し、その有用性を検証する。また、モンテカルロフィルタで用いる確率パラメータの同時推定手法を示す。

2. モンテカルロフィルタ (以後 MCF と記す)

MCF では、 m 個の粒子と呼ばれる実現値を用いて状態量の条件付確率分布が表現される。まず、それらの粒子の状態変化を状態方程式に基づいてシミュレートし状態量の予測分布を求める。次に、それぞれの粒子の尤度に応じて、粒子をリサンプリングすることで状態量のフィルタ分布を同定する。観測値 y_n と状態量 x_n の間に、以下のような状態方程式と観測方程式が成り立つシステムを対象とする。

$$\mathbf{x}_n = F(\mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{w}_n), \mathbf{y}_n = H(\mathbf{x}_n, \mathbf{v}_n) \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{w}_n はシステムノイズ、 \mathbf{v}_n は観測ノイズであり、それぞれ任意の分布 $q(\mathbf{w})$, $r(\mathbf{v})$ に従うものとする。また、観測ノイズ \mathbf{v}_n は $\mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n$ が与えられると一意に決まり、 \mathbf{y}_n に関して微分可能な関数 G を用いて以下のように与えられるものとする。

$$\mathbf{v}_n = H^{-1}(\mathbf{y}_n, \mathbf{x}_n) = G(\mathbf{y}_n, \mathbf{x}_n) \quad (2)$$

このとき、MCF の以下のようなアルゴリズムで予測分布 $\{b_n^{(1)} \dots b_n^{(m)}\}$ とフィルタ分布 $\{f_n^{(1)} \dots f_n^{(m)}\}$ を求めることができる。ただし、以下のアルゴリズムの各ステップで $j=1 \sim m$ について計算する。

(1) 乱数 $f_0^{(j)} \sim p_0(x)$ を生成し、状態量の初期分布とする。

(2) 以下の過程を繰り返す

(a) 乱数 $\mathbf{w}_n^{(j)} \sim q(\mathbf{w})$ を生成し、システムノイズとする。

(b) 状態方程式から粒子の遷移を求める。

$$\mathbf{b}_n^{(j)} = F(\mathbf{f}_n^{(j)}, \mathbf{w}_n^{(j)})$$

(c) 粒子 $\mathbf{b}_n^{(j)}$ の尤度を求める。

$$\alpha_n^{(j)} = r(G(\mathbf{y}_n, \mathbf{b}_n^{(j)})) \partial G / \partial \mathbf{y}_n$$

(d) 尤度 $\alpha_n^{(j)}$ に比例した確率で $\mathbf{b}_n^{(j)}$ をリサンプリングすることにより $f_n^{(j)}$ を生成する

(e) (a) に戻る。

3. 逐次線形化法による非線形構造同定

本研究では非線形構造システムの応答を、増分表現を用いることで、時々刻々と粘性減衰定数と剛性が変化する線形構造システムの応答と考え、応答の再現を行う。モデルの非線形復元力としては次式で示される Versatile 型復元力を用いる。

$$\dot{z}_i = k_i \dot{u}_i - \alpha_i |\dot{u}_i| |z_i|^{n_i-1} z_i - \beta_i \dot{u}_i |z_i|^{n_i} \quad (3)$$

ここで、 z_i は復元力、 k_i は初期剛性、 u_i は層間変位、 α_i, β_i, n_i は形状パラメータを示す。

2 自由度非線形構造系を対象に数値解析を行う。入力地震動として El Centro 地震記録(最大 25gal に調整)を用い、得られた応答に 1% の白色雑音を付加して観測値とする。そして構造物の質量が既知であり、加速度、速度、変位応答が観測値として得られているという条件の下で、MCF を用いて剛性と粘性減衰定数を同定する。なお、システムノイズと観測ノイズの分布形はガウス分布とし、粒子数は 5000 とする。図 1 に再現された履歴と真の履歴を示す。

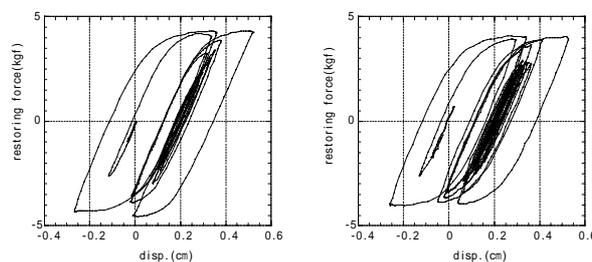


図-1 質点1の履歴曲線(左)再現履歴(右)真の履歴

4. 非線形状態方程式を用いた非線形構造同定

本章では、Versatile 型復元力モデルで表される非線形運動方程式より状態量を、

$$\mathbf{x} = \{ \dots x_i \dot{x}_i z_i h_i \omega_i \alpha_i \beta_i n_i \dots \} \quad (4)$$

キーワード：システム同定、モンテカルロフィルタ、非線形構造システム、Versatile 型復元力モデル

連絡先：大阪市役所(〒530-8208 大阪市北区中之島1丁目3-20・電話 06-6208-8545)

京都大学防災研究所(〒611-0011 宇治市五ヶ庄・電話 0774-38-4069・FAX0774-38-4070)

として得られる非線形状態空間モデルに対して、構造物の質量が既知、変位、速度応答が観測値として得られるという条件の下で、累乗パラメータ n を含めたすべてのパラメータを MCF により同定する。MCF で用いる分布形はすべてガウス型とし、粒子数を 30000 個としている。

1 自由度非線形構造系に対して解析を行う。図 2 はパラメータ n の同定時刻歴であり、真値である $n=2$ に収束している。他の状態量については少し収束性が悪いため、 n を既知として、同じ観測データを用いたグローバルな繰返しによる同定を行う。その際 MCF で用いる観測ノイズは段階的に分散が減少するガウス分布として解析を行う。なお粒子数は 10000 個とする。図 3 は減衰定数 h の同定時刻歴であり、ほぼ真値に収束している。他のパラメータについて同様の結果が得られている。次に同定結果をもとに応答履歴を再現したのが図 4 である。これより応答の再現が来ていることが分かる。

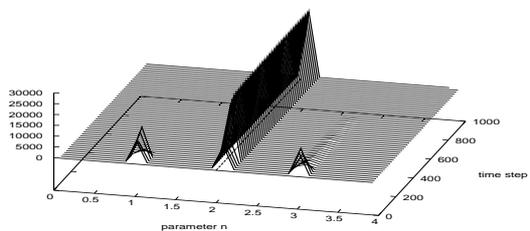


図 2 パラメータ n の同定時刻歴

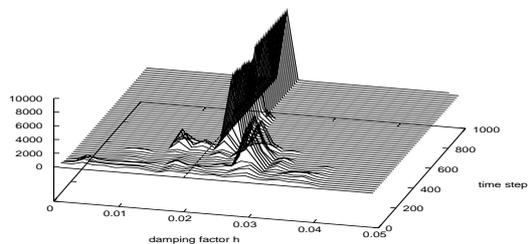


図 3 減衰定数 h の同定時刻歴

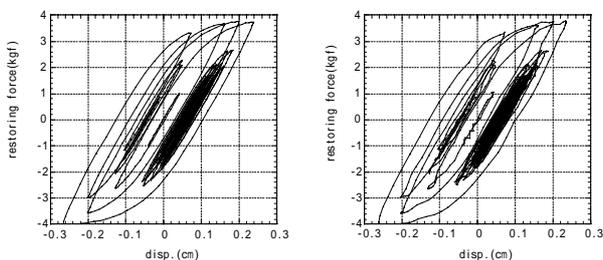


図 4 再現された履歴曲線(左)再現履歴(右)真の履歴

5.モデルを構成する確率パラメータの同時推定

MCF で用いるシステムノイズ、観測ノイズの分散などの確率パラメータをこれまでは経験的に与えてきた。その最適値を決める方法として、最尤推定法が挙げられるが、多くのシミュレーションを行う必要があるなど、高

次元モデルを扱う MCF では実用的ではない。そこで、未知パラメータを θ として、式(1)の状態空間モデルに対して、

$$z = \{x \ \theta\}^T \tag{5}$$

で表される状態量 z を用いた新たな状態空間モデルを考える。これを MCF に適用することにより、逐次的に未知パラメータ θ の同定も行うことが可能となる。

線形 1 自由度構造系を用いて解析を行う。なお、未知パラメータを減衰定数に関するシステムノイズの分散 $\sigma_{q_3}^2$ とし、次式で表される状態量を用いる。

$$z = \{x \ \dot{x} \ h \ \omega \ \log_{10} \sigma_{q_3}\}^T \tag{6}$$

図 5、図 6 に $\log_{10} \sigma_{q_3}$ と減衰定数 h の同定時刻歴を示す。これより、減衰定数 h は真値に収束しており、システムノイズの分散の最適値は次式のように求まる。

$$\sigma_{q_3}^2 = (10^{-4.5})^2 \cong (3.16 \times 10^{-5})^2 \tag{7}$$

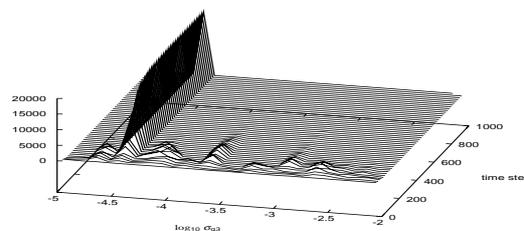


図 5 システムノイズの分散の同定時刻歴

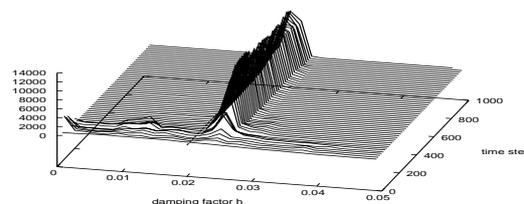


図 6 減衰定数 h の同定時刻歴

6.結論

非線形構造同定において、線形化モデル、非線形モデル共に MCF を用いて同定が可能であることが分かった。また、モデルを構成するパラメータの同時推定の構造同定への適用が可能であることが示された。

参考文献

- 1) Genshiro Kitagawa : Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian Nonlinear State Space Models , Journal of Computational and Graphical Statistics , Vol.5 , No.1 , pp.1-25 , 1996 .
- 2) 佐藤忠信・梶啓介 : 非線形構造システムの線形同定法 , 土木学会論文集 , No.647/I-51 , pp.155-165 , 2000 .
- 3) 佐藤忠信・梶啓介 : モンテカルロフィルタを用いた構造同定 , 土木学会論文集 , No.675/I-55 , 2001 .