

反射透過係数法に基づく地盤固有周期の近似式

京都大学防災研究所 正 員 澤田純男

京都大学大学院 学生員 岸本貴博

はじめに

構造物の耐震設計を行う際に、地盤の固有周期が重要なパラメータであることは常識である。厳密に固有周期を求めるには重複反射法などの地盤応答解析法を用いれば良いが、設計現場には計算が煩雑であり、近似式を用いて地盤の固有周期を求めることがよく行われている。しかしながら、既存の近似式は常に良い精度で固有周期を与えるとは限らないことが知られている。本研究では、殆どの地盤条件で精度良く地盤固有周期を与えることのできる近似計算法を、反射透過係数法に基づいて導く。

既存の近似式

①各層をせん断波が通過するのに必要な時間を求め、これらの和から表層地盤全体を2往復するのに必要な時間を式(1)で算定する。ここに、 V_i 、 H_i は*i*層におけるせん断波速度と層厚である。式(1)は土木構造物の耐震設計基準でよく用いられている。

$$T_C = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{4H_i}{V_i} \quad (1)$$

②各層におけるせん断波速度に対して各層厚により加重平均を求めて単層の表層地盤に置き換えると、固有周期は式(2)で近似される。ここに H は表層地盤全体の層厚である。式(2)は建築分野で好んで用いられる傾向があるが、物理的な背景が貧弱という欠点を持つ。

$$T_A = \frac{4H}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{V_i H_i}{H}}, \quad H = \sum_{i=1}^{n-1} H_i \quad (2)$$

これらの近似式は、基盤の速度 V_n を用いず、結果的に剛基盤が仮定されている。

図-1 および 2 に、これらの近似式と重複反射法による一次固有周期の比の分布を示す。用いた地盤データは、兵庫県内の K-net 観測点 27 地点において、深さ 20m 程度までの地盤を対象に得られたものである。全般的

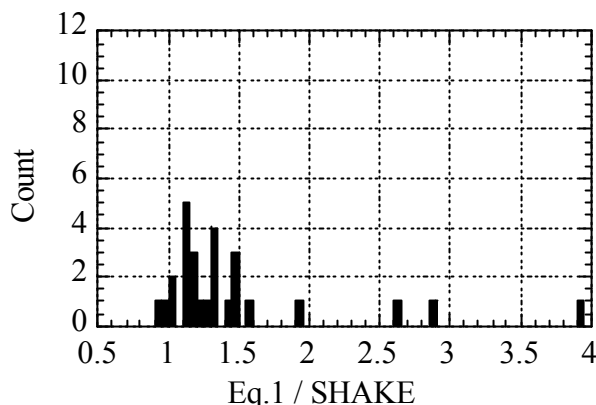


図-1 式(1)の近似精度

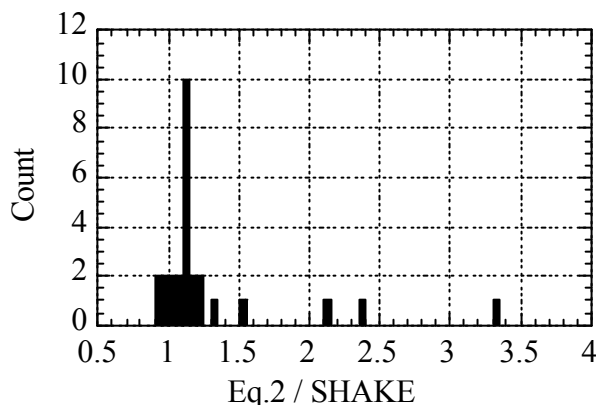


図-2 式(2)の近似精度

に式(2)の方が精度が良いが、どちらもかなり大きなばらつきを持ち、決して近似精度が良いとは言えないことがわかる。(1)式で 1.8 以上、(2)式で 1.5 以上の4つの地盤は、いずれも比較的浅い位置にインピーダンス比が大きな地層境界がある地盤構成となっている。

反射透過係数法

水平成層地盤の震動解析法の一つとして、反射透過係数法がある。この手法では無限に反射透過を繰り返す波を、地表面で足し合わせるにより、地盤の応答倍率を求めることができる。単層の表層地盤と基盤から成る2層系地盤に鉛直上向きに入射した場合の応答倍率は、

キーワード：固有周期、成層地盤、重複反射法、反射透過係数法、地盤応答解析

連絡先：京都大学防災研究所(〒611-0011 宇治市五ヶ庄, Tel: 0774-38-4066, Fax: 0774-38-4070)

$$A_V(T) = 2T_1^U \exp(-jp_1 H_1) + 2T_1^U R_1^D \exp(-jp_1 \cdot 3H_1) + 2T_1^U R_1^D R_1^D \exp(-jp_1 \cdot 5H_1) + \dots \quad (3)$$

となる。ここに p_i は鉛直波数で $2p/TV_i$ で与えられる。 j は虚数単位である。 T_i^U , T_i^D は、 i 層と $i+1$ 層の境界にそれぞれ上向き、下向きに入射したときの透過係数であり、 R_i^D は同じ境界に下向きに入射した場合の反射係数で、密度を一定とすれば、

$$R_i^D \approx \frac{V_i - V_{i+1}}{V_i + V_{i+1}} \quad (4)$$

となる。

一回反射近似

多層系地盤の場合には、すべての地層境界面での反射透過を無限に繰り返す波を足し合わせなければならないので式が大変複雑となる。そこで反射透過係数法を修正し、一回反射して地表面に戻ってきた波だけを扱って、応答倍率を近似的に求める方法を示す。地表面に入射する波の振幅を 1 とし、実数部のみをとれば、式(3)の第 2 項は、

$$R_1^D \cos\left(\frac{p}{T} \cdot \frac{4H_1}{V_1}\right) \quad (5)$$

となるので、各層境界の反射波を足し合わせれば、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} A_F(T) &= 2 + R_1^D \cos\left(\frac{p}{T} \cdot \frac{4H_1}{V_1}\right) \\ &\quad + T_1^D R_2^D T_1^U \cos\left(\frac{p}{T} \left(\frac{4H_1}{V_1} + \frac{4H_2}{V_2}\right)\right) + \dots \\ &= 2 + S_1 \left\{ -\cos\left(\frac{p}{T} t_i\right) \right\} \\ &= 2 + S_i \cos\left(\frac{p}{T} (t_i - T)\right) \end{aligned} \quad (6)$$

$$t_i = \sum_{k=1}^i \frac{4H_k}{V_k} \quad (7)$$

各層境界における反射透過の影響を表す係数 S_i は、 $T_k^D T_k^U \approx 1$ を考慮すれば次式で近似される。

$$\begin{aligned} S_i &= -R_i^D \prod_{k=1}^i T_{k-1}^D T_{k-1}^U \\ &\approx -R_i^D \end{aligned} \quad (8)$$

多項式近似

さらに式(6)の $\cos$ 関数部分を、 $t=0, T, 2T$ に極値を持つ 4 次関数を用いて近似する。

$$A_4(T) = 2 + \sum_{i=1}^{n-1} S_i \left(\frac{2}{T^4} t_i^4 - \frac{8}{T^3} t_i^3 + \frac{4}{T^2} t_i^2 - 1 \right) \quad (9)$$

一次固有周期は式(9)の極大値を与える T なので、 T で偏微分してゼロとおくと、以下の式が得られる。

$$\frac{\partial A_4(T)}{\partial T} = -4 \sum_{i=1}^{n-1} S_i \frac{t_i^4}{T^5} + 12 \sum_{i=1}^{n-1} S_i \frac{t_i^3}{T^4} - 8 \sum_{i=1}^{n-1} S_i \frac{t_i^2}{T^3} = 0 \quad (10)$$

これを整理すれば 2 次方程式が得られるので、一次固有周期は大きい方の根として表わされる。

$$T_4 = \frac{3 \sum_{i=1}^{n-1} S_i t_i^3 + \sqrt{9 \left(\sum_{i=1}^{n-1} S_i t_i^3 \right)^2 - 8 \left(\sum_{i=1}^{n-1} S_i t_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^{n-1} S_i t_i^4 \right)}}{4 \sum_{i=1}^{n-1} S_i t_i^2} \quad (11)$$

式(11)が虚数になる場合には、層数 n を解が実数になるまで 1 ずつ減らして計算すれば良い。この操作は比較的浅い位置にインピーダンス比が大きな地層境界がある地盤の場合に、深い地層情報を無視する働きをする。

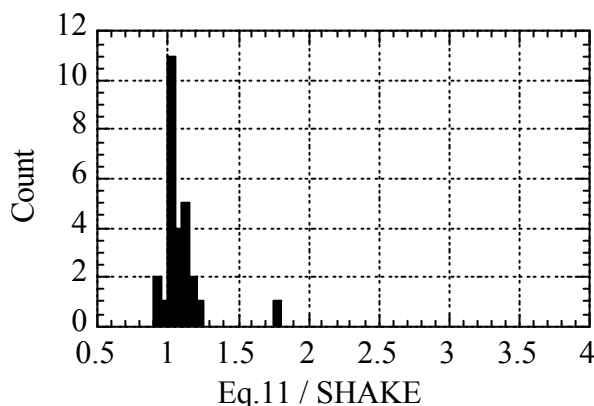


図-3 式(11)の近似精度

図-3に式(4), (7), (8), (11)から求めた固有周期の重複反射に対する比の分布を示す。既存の近似式に比べてはるかに精度が良いことがわかる。一つの地盤構成だけ約 1.8 となっているが、この周期は重複反射法による応答倍率においても極大値にはなっていない凸状の部分に相当しており、一次固有周期になるかどうかの微妙な場合と考えられる。

まとめ

本提案法は、SHAKE の解析法の仮定に基づいており、殆どの地盤で一次固有周期を精度良く推定できる。