ケーブルの緩みを考慮したケーブルの非線形振動解析

長崎大学大学院　学生会員　○井上　靖　　長崎大学大学院　学生会員　Wu　Qing Xiong
長崎大学工学部　フェロー会員　高橋和雄　　長崎大学工学部　正会員　　中村聖三

１．まえがき

これまでケーブルの非線形振動解析では軸力のみに抵抗する部材として定式化された連続体として運動方程式が使用されている。この場合のケーブルの構成則は、トラス部材と同じく引張力にも圧縮力にも抵抗できるものと仮定されている。しかし、ケーブルは圧縮力には抵抗しないので、たわみによる付加張力が初期張力を超えた場合、この仮定は成立しなくなる。したがって、ケーブルの非線形振動を取り扱う場合に、非抗圧縮性の影響を評価しておくことが必要である。最近トラス要素を用いた解析[1)]が始められているが，圧縮領域のケーブルの特性を反映した解析はまだ行われていない。本研究ではケーブルの非抗圧縮性を考慮した非線形振動を解析する。解析にあたって連続体としての運動方程式を差分法を用いて離散化し、非抗圧縮性の処理方法を提案し、面内非線形振動をケーブルの形状パラメーターの基に解析する。

２．解析方法

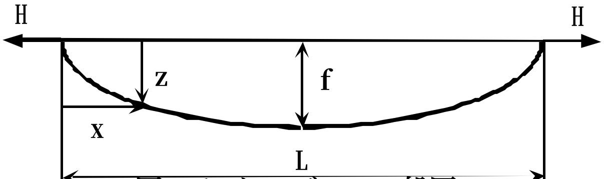
（1）運動方程式

図－1 に示すようにケーブルは，断面を一定として，長さに沿って等分布質量を有するサグ比γ<1/8 の偏平ケーブル[2)]を解析の対象とする。

ケーブルの静止状態のつりあい式と運動状態のつりあい式から、ケーブルの非線形運動方程式が得られる。これにケーブルに存在する曲げ[3)]および粘性減衰力の項を考慮し、無次元化すると式（1）が得られる。

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \boldsymbol{t}^2}+2h\boldsymbol{w}_1\cdot\frac{\partial \bar{w}}{\partial \boldsymbol{t}}+\frac{k^2\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{p}^2}\cdot\frac{\partial^4\bar{w}}{\partial \bar{x}^4}-\left(1+\frac{\Delta H}{H}\right)\cdot\frac{1}{\boldsymbol{p}^2}\cdot\frac{\partial^2\bar{w}}{\partial^2\bar{x}}+\left(1+\frac{\Delta H}{H}\right)\cdot\frac{8\boldsymbol{g}}{\boldsymbol{p}^2}=\frac{8\boldsymbol{g}}{\boldsymbol{p}^2}\cdot\bar{p}(\bar{x},\boldsymbol{t})+\frac{8\boldsymbol{g}}{\boldsymbol{p}^2} \tag{1}$$

$$\frac{\Delta H}{H}=k^2\left(1+8\cdot\boldsymbol{g}^2\right)\cdot\left[\frac{1}{2}\int_0^1\left(\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{x}}\right)^2 d\bar{x}+8\boldsymbol{g}\int_0^1\bar{w}d\bar{x}\right] \tag{2}$$



図－１ ケーブルの一般図

ここに，$\bar{w}=\frac{w}{L}$ ：無次元変位，$g=\frac{f}{L}$ ：サグ比，$k^2=\frac{EA}{H}$ ：縦波ー横波伝播速度比，h：減衰定数, $\boldsymbol{d}=\frac{EI}{L^2}\cdot\frac{1}{EA}$ ：曲げー伸び剛性比（曲げ抵抗比），H：初期水平張力，ΔH ：付加変動張力，$\boldsymbol{w}$：z 方向のたわみ，$\boldsymbol{t}=w_1 t$ ：無次元時間，w_1 ：弦の 1 次固有円振動数。

（2）解析条件

ケーブルの非抗圧縮性を考慮する場合は，全水平張力 $H+\Delta H$ が圧縮力になった場合を 0 とする。

与える荷重は等分布とし、次式のような荷重を与えるものとする。

$$\bar{p}(\bar{x},t)=p_0\cdot\sin\{(\Omega/w_1)t\} \tag{3}$$

ここに，$\boldsymbol{p}_0$：無次元荷重強度，Ω：荷重の円振動数。

ケーブルが対称でかつ荷重が等分布なので，ケーブルの応答は対称 1 次振動モードが卓越すると予想できる。したがって，本研究では，荷重の円振動数はケーブルの対称 1 次振動の固有円振動数と同じとする。

数値解法として，ケーブルの方程式を空間や時間に関して，何らの仮定を設ける必要のない陽な差分法を用いる。要素分割数は 100 とし、時間間隔は 2.5×10^{-5} とする。

キーワード：ケーブル、非線形振動、緩み

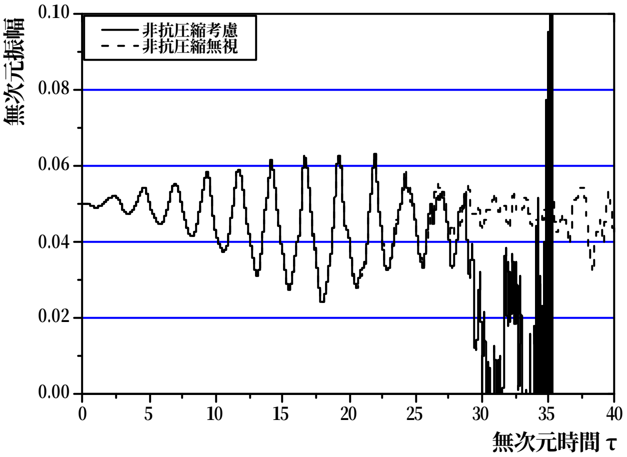
連絡先：〒852-8521 長崎市文教町 1-14 長崎大学 工学部 社会開発工学科 Tel 095-848-1111(内線 2710) Fax 095-848-3624

３．解析結果

（１）非抗圧縮性の影響

非抗圧縮性の影響を明らかにするため、γ＝0.05, k^2=900, p_0＝0.2 の場合を例に示す。

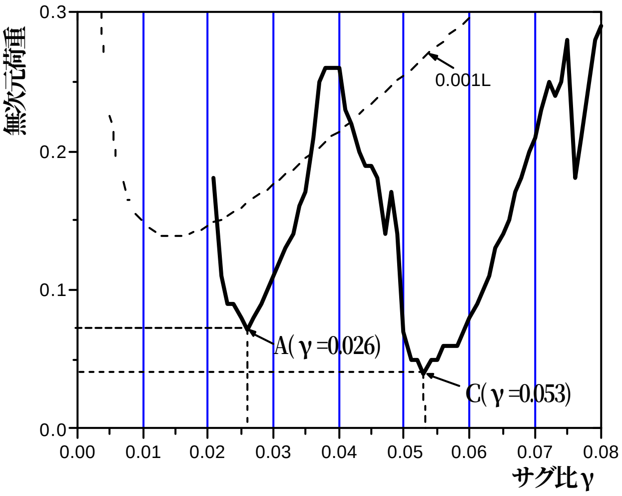
ケーブルの中央点の変位の時刻歴を図－2 に示す。非抗圧縮性を考慮した場合を実線、非抗圧縮性を無視した場合を破線で示す。無次元時間が約 25 までは圧縮力が出現しないため両者に差が見られない。圧縮力が出現すると徐々に時間応答が乱れ非抗圧縮性を考慮した場合は発散している。この原因は解法に差分法を用いているので、圧縮力が生じると離散点でたわみ角が不連続となるためである。変位の発散と高周波数成分を除くためにケーブルに許される大きさの曲げの項と減衰の項を考慮する。曲げの項と減衰の項を考慮すると発散は押えられる。



図－2 ケーブルの中央点の変位の時刻歴
(γ=0.05, k^2=900, p_0=0.2, δ=0, h=0)

（２）圧縮力が出現する荷重

縦波—横波伝播速度比 k^2 ＝900 の場合の圧縮力が出現する荷重とサグ比γの関係を図-3 に実線で示す。図中の破線は、静的状態でたわみが 0.001L になるの荷重とサグ比の関係を表している。図より、サグ比γ＝0.021 付近から圧縮力が生じはじめサグ比の増加に伴い圧縮力が出現する荷重は増減する。最初の最小点のサグ比は約 0.026 で、これはケーブルの振動モードが対称 1 次から対称 2 次に遷移中のサグ比と一致している。次にサグ比 0.038 付近で最大値となる。そこから再び減少し 2 回目の最小点に達する。その時のサグ比は約 0.053 でありケーブルの振動モードが対称２次から対称３次に遷移中ときのサグ比と一致している。



図－3 圧縮力が出現する荷重とサグ比の関係
(k^2=900, δ=10^{-6}, h=0.001)

４．まとめ

本研究ではケーブルの非抗圧縮性が非線形振動に及ぼす影響を評価した。得られた結果を要約する。

（１）差分法を用いたケーブルの非線形振動解析に非抗圧縮性を考慮するとケーブルの応答が発散する。曲げの項と減衰の項を考慮すると非抗圧縮性を考慮した解析ができる。

（２）圧縮力が出現しやすいケーブルはそのモードが１段階高次のモードに遷移するサグ比を持つ場合である。

参考文献

1) 清水渉，野村卓史，新明正人：トラス要素を用いたケーブルの非線形動的解析，土木学会第 53 回年次学術講演会（第Ⅰ部門)，1998.10，pp.448-449.

2) Irvine, H. M.： Cable Structures, The MIT Press, 1981.

3) 山口宏樹，宮田利雄，伊藤学：曲げ剛性を考慮したケーブルの面内線形自由振動，土木学会論文報告集, No.319, 1982.3, pp.13-19.