

不整形地盤を伝播する面内波動のモード展開手法

佐藤工業 正会員 秋山伸一

1. はじめに

近年の耐震設計では、構造物の地震時挙動を精度良く予測することが必要になるとともに、構造物に入力される地震動についても詳細な検討が必要になりつつある。このような状況を眺めると、地震時の不整形地盤の複雑な挙動を定量的に評価することは今後の耐震設計にとって必要不可欠であると考えられる。著者は、これまでに不整形地盤の地震応答のうち面外波動(SH波)を対象としたモード展開手法を提案してきた¹⁾。この手法は複雑な地震応答から卓越する波動成分を定量的に識別できる点に大きな特徴がある。ここでは、この手法を面内波動(P波, SV波, Rayleigh波)にも適用できるように拡張した。

2. 面内波動のモード展開手法

ここでは、不整形地盤の地表面変位応答を対象としてモード展開手法の概要を示す。面内波動の地表面変位応答はいくつかの卓越する波動成分の和として次式で表されるものとする。

$$u(x) = \sum_{j=1}^n A_j \exp(-i\xi_j x), w(x) = \sum_{j=1}^n B_j \exp(-i\xi_j x), \text{ただし}, \xi_j = k_j(1 - ih_j) \quad (1)$$

ここに、 $u(x)$ と $w(x)$ は、地表面位置 x における水平および鉛直方向の変位を、 i は虚数単位を表す。 n は卓越する波動成分の数を表し、 A_j と B_j は j 番目の卓越する波動成分(j 次モード)の水平方向と鉛直方向の複素振幅を示す。 ξ_j は複素数で表される j 次モードの波数であり、 h_j は j 次モードの減衰定数を示す。式(1)によれば、未知量である A_j, B_j と ξ_j が明らかになれば、地表面応答を卓越する波動成分の和で表すことができる。ここではこれらの未知量をモード展開手法に従って設定する。

この方法では、地表面変位応答の波数スペクトルから卓越する波動成分の波数が推定できることに着目し、式(1)に示す応答の波数スペクトルから j 次モード近傍における波数スペクトルの偏差平方和を次式で定義する。

$$E_j = \int_{\Delta_j} (\tilde{f}_u \cdot \tilde{f}_u^* + \tilde{f}_w \cdot \tilde{f}_w^*) d\xi, \text{ここに}, \tilde{f}_u = (\xi - \xi_j) \tilde{u}(\xi) - iA_j, \tilde{f}_w = (\xi - \xi_j) \tilde{w}(\xi) - iB_j \quad (2)$$

式(2)において、 $\tilde{u}(\xi)$ と $\tilde{w}(\xi)$ は各々、 $u(x)$ と $w(x)$ に対する波数スペクトルである。 ξ は波数であり、 Δ_j は j 次モードの卓越する波数近傍の積分区間を表す。さらに、添字*は複素共役を意味する。ここで最小二乗法に従い、偏差平方和 E_j を最小にするための条件から得られる連立方程式を解くことにより、 j 次モードの未知量が求められる。この操作をすべてのモードに対して行えば、式(1)に示されるすべての未知量が設定される。

さて、一般に数値解析で求められる地表面変位応答は、無限遠方まで続くことはなく、有限区間で打ち切られる。すなわち、このような応答から得られる波数スペクトルには打ち切りによる影響が含まれるため、ここから設定される値は誤差を含む近似値として位置づけられる。そこで、再び式(1)に戻り、上記の近似値を用いて未知量を設定する手法を導く。式(1)は未知量に対して非線形方程式であるが、先の近似値でTaylor展開することにより線形方程式に改められる。その結果、地表面変位応答の偏差平方和が次式で与えられる。

$$E = \int_L (f_u \cdot f_u^* + f_w \cdot f_w^*) dx, \text{ここに}, \quad (3)$$

$$f_u = u(x) - \sum_{j=1}^n \{A_j - ix(\xi_j - \xi_{oj})A_{oj}\} \exp(-i\xi_{oj}x), f_w = w(x) - \sum_{j=1}^n \{B_j - ix(\xi_j - \xi_{oj})B_{oj}\} \exp(-i\xi_{oj}x)$$

式(3)において、 A_{oj}, B_{oj}, ξ_{oj} が波数スペクトルより求めた近似値である。以上により、式(3)に最小二乗法を適用することでさらに真値に近い値が求められ、すべてのモードパラメータを設定することができる。

キーワード：不整形地盤, P波, SV波, Rayleigh波, 振動数領域, モード展開

佐藤工業(株)中央技術研究所 〒103-8639 中央区日本橋本町 4-12-20, TEL.03-5823-2352, FAX.03-5823-2358

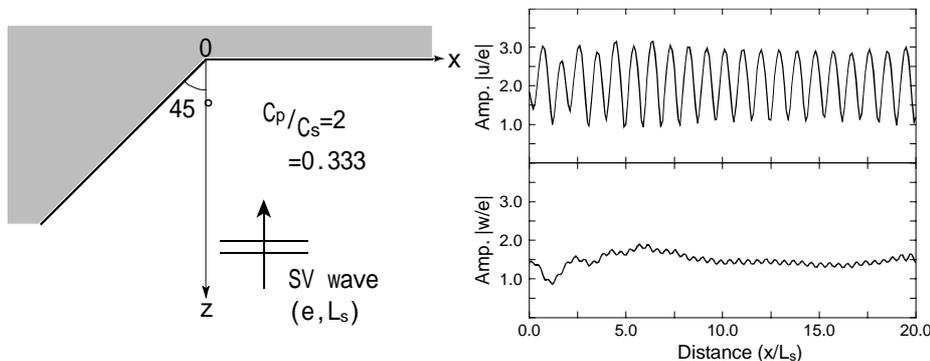


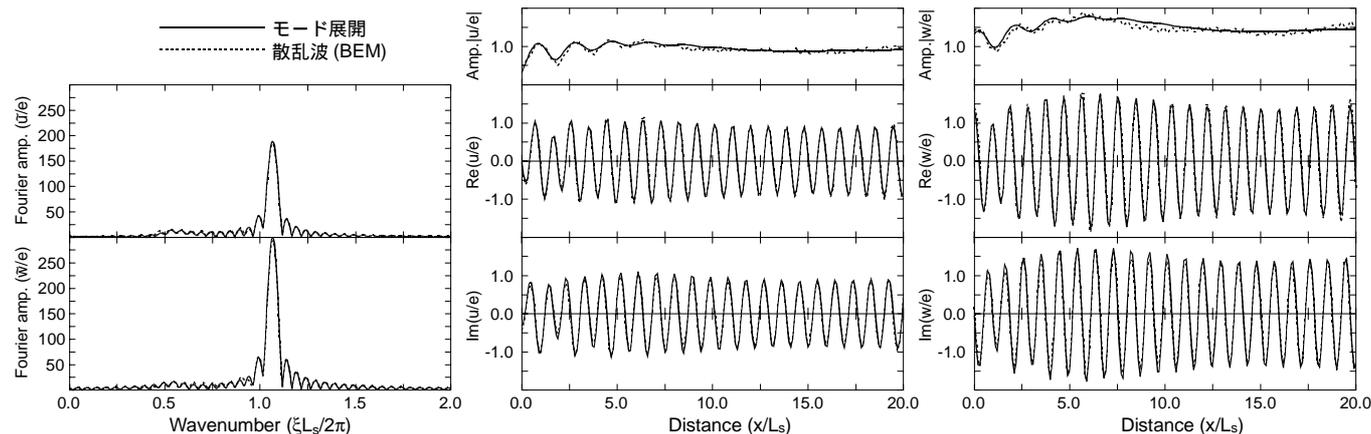
図-1 解析モデル

表-1 モードパラメータ

j	1	2	3
$k_j L_s / 2\pi$	1.067	1.002	0.545
h_j (%)	0.07	2.01	10.29
$ A_j $	0.987	0.284	0.408
$ B_j $	1.573	0.528	0.361
$ \gamma_j $	1.593	1.858	0.884
ϕ_j (°)	-89.61	-93.86	33.30

$$\gamma_j = B_j / A_j, \phi_j = \tan^{-1}(\text{Im} \gamma_j / \text{Re} \gamma_j)$$

図-2 地表面変位応答(BEM)



散乱波の波数スペクトル

散乱波の変位応答-水平成分-

散乱波の変位応答-鉛直成分-

図-3 モード展開手法の結果

3. 数値解析

図-1 に示す不整形地盤の波動伝播解析で求められる地表面応答から，上記のモード展開手法を用いて卓越する波動成分を抽出する．図中の C_p は P 波速度， C_s は S 波速度， ν はポアソン比を表す．この地盤に変位振幅 e ，波長 L_s である平面 SV 波が鉛直下方から入射するときの応答を BEM により求める．BEM によって求められる地表面変位応答のうち，地表面が水平となる部分($x > 0$)の応答を図-2 に示す．この応答は鉛直下方からの入射波と左側斜面からの散乱波の影響によって構成される．そこで，地表面応答から入射波の影響を除き，散乱波に対してモード展開を行う．図-3 に示すモード展開手法の結果によると，モード展開された波動は波数スペクトルと地表面変位応答の水平成分および鉛直成分ともに，散乱波の応答に良く一致している．この結果は，散乱波の波動成分がモード展開手法によって精度良く識別されていることを示している．

モード展開手法によって求められる散乱波のモードパラメータを表-1 に示す．表-1 によると，散乱波は3つのモードから構成されている．1 番目のモードは，無次元波数および水平変位と鉛直変位の振幅比と位相角が Rayleigh 波に一致することから Rayleigh 波と判断される．このモードは振幅が最も大きく減衰しないことから，散乱波の主要な波動成分となっている．また，2 番目のモードは無次元波数から，左側傾面で反射して右側に伝播する SV 波であると考えられる．さらに，3 番目のモードは無次元波数が P 波の波数($k_p L_s / 2 = 0.5$)に比べて若干高く，Rayleigh 波と同じ特性方程式から求められるリーキングモード²⁾に対応すると考えられる．

4. まとめ

従来，面外波動に適用されてきたモード展開手法を，ここでは面内波動にも適用できるように拡張した．この手法を用いて傾斜面を有する不整形地盤で発生する散乱波を調べたところ，主要な波動成分が Rayleigh 波であることやそれ以外の波動成分も存在することが明らかになった．このように，モード展開手法は面内波動に対しても不整形地盤の地震応答を定量的に分析する上で有効な方法である．

-参考文献-

- 1)秋山伸一：傾斜層で発生する波動と Love 波の関連，土木学会論文集，No.459 / -22，pp.129-138，1993.
- 2)Gilbert, F. and S. J. Laster：Excitation and propagation of pulses on an interface, Bull. Seism. Soc. Am., 52, pp.294-319, 1962.