

地表地震断層シミュレーションのための 弾塑性確率有限要素法の応用

東京大学大学院 学生員 中川 英則
東京大学地震研究所 正会員 堀 宗朗

1. 研究の背景と概説

Turkey 地震や台湾の集集地震では、地表面断層が堆積層内で消散せずに地表に達し大きな断層変位を引起した¹⁾。このように変位地形は、地表地震断層が出現するごとに強調され、多大な被害を及ぼし得るが、次の活動までの休止期間には、侵食・堆積作用により不明瞭化されてしまう場合が多い。一方、近年の構造物の巨大化と長大化、現在までに日本における活断層は 1500 本以上も見つかっていることなどから、新神戸駅のような、必然的に地表地震断層を跨がなければならない構造物も増えている。このようなことから、断層破壊が堆積層内をどのように広がり、地表面上のどこにどのぐらいの変位を及ぼすかなどを予測することは、工学上重要な課題となる。また、この予測のために、数値計算によるシミュレートは必要不可欠なものである。

さて、地表面における断層変位の推定には、1) 堆積層がもつ構造・物性の不確からしさの考慮、2) 地盤のもつ非弾性的な性質に起因した分岐現象の取り扱いが必要となる。そこで本研究では、材料特性に確率的なばらつきを考慮することで生じた地表面での変位や歪の確率的な分布までも捉えることを目的に、確率場の固有関数展開を使った確率有限要素法²⁾を用いた。これによれば、応答のばらつきを考慮しながら、効率的に分岐過程を計算することが可能となる。また、確率場の平均・分散をはじめ、応答の確率密度関数や共分散も記述できる。この確率有限要素法を、断層を非弾性的な塑性変形が集中した部分とみなし、堆積層を材料特性が確率的にばらつく 3 次元弾塑性体に適用することで、地表面に生ずる雁行状開口亀裂を再現している。

2. 確率弾塑性有限要素法

本論文では、準静的な微小変形問題を取り扱う。変位増分を $\Delta \mathbf{u}$ と表すと、弾塑性体における平衡方程式は、

$$\nabla \cdot [\mathbf{C}^{ep}(\mathbf{x}, \omega) : (\nabla \otimes \Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega))] = 0 \quad (1)$$

と書ける。ここで、 $\mathbf{C}^{ep}$ は弾塑性係数であり、 $\mathbf{x}$ は位置を、 ω は確率空間での 1 つの事象を表す。材料特性の確率的な変動に伴い、弾塑性応答も確率的に変動してくる。本論文では、弾性係数 E のみが確率的に変動するとした。

関連流れ則を仮定した場合、 $\mathbf{C}^{ep}$ は降伏関数 f に関係するが、ここで、この降伏関数自体が確率的に変動する応力の関数であることから、 $\mathbf{C}^{ep}$ は ω についての複雑な確率関数となっている。そのため、次のような摂動展開を降伏関数 f に施すことで、 $\mathbf{C}^{ep}$ を近似することを考える。

$$f(\sigma(\mathbf{x}, \omega)) \simeq f(\langle \sigma \rangle(\mathbf{x})) + \dots \quad (2)$$

ここで、式 (2) に現れる平均 $\langle \sigma \rangle$ を求めるに当たり、正確な値を事前に求めることは困難を伴う。そのため、上下限体理論³⁾に基づいて、以下のように弾性係数 E の平均を挟む上下限解を求める。

$$E^- < \langle E(\omega) \rangle < E^+ \quad (3)$$

式 (3) を確率的に変動する弾塑性係数に適用すると、材料特性の変動が小さい場合に、確率的な弾塑性体の上下限体を与えることが知られている。ここでは、上下限体に対応した応力 σ^+ を平均値 $\langle \sigma \rangle$ の替わりとして代用している。

さて、これらの操作によって、確率的な弾塑性体の上下限体に対応した弾塑性係数 $\mathbf{C}^{ep}$ は、

$$\mathbf{C}^{ep}(\mathbf{x}, \omega) = E^+(\mathbf{x}, \omega) \mathbf{C}^{*ep+} \quad (4)$$

と書くことができる。ここに、 $\mathbf{C}^{*ep+}$ は、位置 $\mathbf{x}$ のみに関係しており、確率的特性は含まれていない。

キーワード surface fault, stochastic FEM, KL expansion, Polynomial Chaos

〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1 東京大学地震研究所 Tel 03-5841-5756 Fax 03-5802-3391

ここで，式(4)に現れる $E^+(\mathbf{x}, \omega)$ を KL(Karhunen-Loeve) 展開⁴⁾ を用いて，式(1)に現れる $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega)$ を PC(Polynomial Chaos) 展開⁴⁾ を用いて，それぞれ表現する．

$$\mathbf{C}^{ep}(\mathbf{x}, \omega) = \langle E \rangle \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_m} \phi_m(\mathbf{x}) \xi_m(\omega) \mathbf{C}^{*ep+} \quad (5)$$

$$\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \Psi_n(\omega) \Delta \mathbf{u}_n(\mathbf{x}) \quad \cdots \cdots \cdots (6)$$

ここに，1) ϕ_m は $E(\mathbf{x}, \omega)$ の共分散マトリックスの固有関数，2) $\xi_m(\omega)$ は ϕ_m に対応した確率空間上での固有関数，3) λ_m は両者に対応した固有値，4) $\Psi_n(\omega)$ は $\xi_m(\omega)$ から構成される，確率空間上で完全系を成す固有関数である．

式(5),(6)を式(1)に代入して離散化した式に， $\Psi_n(\omega)$ を用いたガラーキン法を適用することで，最終的に次のマトリクス方程式が導かれる．

$$\sum_{n=0}^N \left(\sum_{m=0}^M \langle \xi_m \Psi_n \Psi_k \rangle \mathbf{K}_m \right) [\Delta \mathbf{u}_n] = \langle [\Delta \mathbf{F}] \Psi_k \rangle \quad (k = 1, 2 \cdots N) \quad (7)$$

ここでは，弾塑性有限要素法の解法として，予測・修正子法を Euler backward algorithm と組み合わせることで，Newton-Raphson 的に解を求めている^{5),6),7)}．また，ここでは載荷として加える境界変位に乱れを入れることで非線形解の分岐を起こし易くしている．

3. 数値シミュレーション概要

上述した確率弾塑性有限要素法を，単純化された横ずれ断層型のモデルに適用してみた．モデルのサイズは， $(D_x, D_y, D_z) = (140, 40, 40)[\text{m}]$ である．底面と側面は変位が指定されており，上面は自由境界となっている．載荷として，断層底面の片側に変位を表1.に示すステップで加えていった．地盤の物性は表2.に示す通りであり，降伏関数としては，Drucker-Prager モデルを適用した．

表1. 載荷ステップ

Loading No.	slip(m)
1	0.005
2	0.005
3	0.0025
4	0.0025
5	0.0025
6	0.0025
7	0.0025
8	0.0025

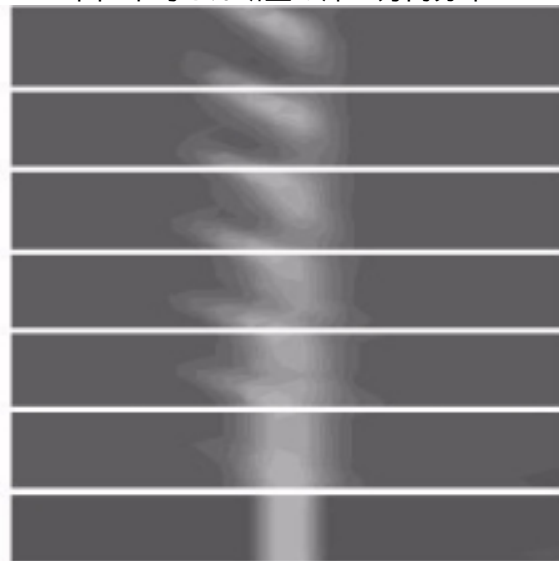
表2. 地盤の物性

平均弾性係数	200[GPa]
変動係数	0.1
相関距離	1.0[m]
確率分布	正規分布

4. 数値シミュレーション結果

数値シミュレーションによって得られた，平均せん断歪の深さ方向分布を図示する．この平均せん断歪分布は，断層底面の片側が 0.025(m) ずれた状態の時のものであり，断層を底面から 5.714(m) ごとにスライスしていった時の各断面に現れる平均せん断歪分布を，図の下方から上方に向けて表したものである．せん断歪が局所的に特定のパターンを形成しながら，断層底面から表面に向かって進展し，表面において雁行状に分布が現れている様子が計算されている．

図. 平均せん断歪の深さ方向分布



参考文献

- 1) <http://www.eri.u-tokyo.ac.jp/topics/turkey/index-j.html>
<http://www.eri.u-tokyo.ac.jp/topics/taiwan/index-j.html>
- 2) M.Anders and M.Hori, Stochastic finite element method for elast-plastic body, Int. J. Numer. Meth. Engng., 46, 1897-1916, (1999).
- 3) M.Hori and S.Munashinge, Generalized HashinShtrikman variational principle for boundary-value problem of linear and non-linear heterogeneous body, Mechanics of Materials, 31, 471-486, (1999).
- 4) R.G. Ghanem and P.D.Spanos, Stochastic finite elements: a spectral approach, Springer, Berlin (1991).
- 5) Journal of the JSTP, vol.34, no.392, 977-983, (1993-9)
- 6) Journal of the JSTP, vol.33, no.372, 81-86, (1992-1)
- 7) J.C. Simo and T.J.R. Hughes, Computational Inelasticity, Springer (1998).