

BF/MCFによる確率場の補間

武蔵工業大学 正会員 星谷 勝
武蔵工業大学 正会員 丸山 収

1. はじめに

本研究は、非ガウス性確率場に対して観測値が得られたときの確率密度関数の更新を Bootstrap filter/Monte Carlo filter^{1, 2)}を用いて行っている。BF/MCFは数値実験から得られるサンプル実現値をもとに、事前および事後の確率密度関数を表現するという考え方に基ついており、任意の確率特性に適用可能な手法である。ここでは解析的理論解が得られる対数正規空間確率場の補間問題に対してBF/MCFを適用し、有効性を検証している。

2. Bootstrap filter/Monte Carlo filter^{1, 2)}

確率場の情報更新は現状の状態を起点として、予測およびフィルタリングのアルゴリズムからなる。確率場が式(1)に示す離散型状態方程式により表現されるものとする。

$$\mathbf{x}_n = F(\mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{v}_n) \quad (1)$$

ここで $\mathbf{x}_n : (k \times I)$ の状態ベクトル、 \mathbf{v}_n : 確率密度関数が $q(\mathbf{v}_n)$ として与えられる $(r \times I)$ のシステムノイズベクトルである。

また、状態ベクトル \mathbf{x}_n と観測量との関係を記述する観測方程式を次式で与える。

$$\mathbf{y}_n = H(\mathbf{x}_n) + \mathbf{w}_n \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{y}_n : (s \times I)$ の観測ベクトル、 \mathbf{w}_n : 確率密度関数が $r(\mathbf{w}_n)$ として与えられる $(s \times I)$ の観測ノイズベクトルである。

システムノイズベクトル \mathbf{v}_n は状態ベクトル \mathbf{x}_{n-1} と独立であり、観測ノイズ \mathbf{w}_n は観測ベクトル \mathbf{y}_n と独立であるとする。また、 n は時間座標においては離散化された時間ステップを示し、空間座標として考えることもできる。

Bootstrap filter または Monte Carlo Filter に関する詳細は文献1, 2に委ねるが、予測確率密度関数 $p(\mathbf{x}_n | \mathbf{Y}_{n-1})$ を満足する m セットのサンプル実現値 $[\mathbf{p}_n^{(1)}, \mathbf{p}_n^{(2)}, \dots, \mathbf{p}_n^{(m)}]$ およびフィルタリング密度関数 $p(\mathbf{x}_n | \mathbf{Y}_n)$ を満足する m セットのサンプル実現値 $[\mathbf{f}_n^{(1)}, \mathbf{f}_n^{(2)}, \dots, \mathbf{f}_n^{(m)}]$ を計算機による数値実験から算出し、条件付確率密度関数を漸化的に求める手法である。

3. 数値計算例

空間方向に均一な対数正規確率場の補間問題に BF/MCF を適用した。ここでは1次元空間座標上に設定した51地点を対象として、状態量を $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{51}]$ とした。また事前確率場の平均値を 2.5、分散を 1.56 (変動係数 $\delta = 0.5$)、さらに異なる2地点間の相関係数 ρ_{ij} を次式で与えた。

$$\rho_{ij} = \exp\left[-\frac{|\Delta_{ij}|}{4.0}\right] \quad (3) \quad \text{ここで、}\Delta_{ij}:\text{異なる2地点間の距離である。}$$

静的補間問題の場合には対象とする現象が時間変動を伴わないので、式(1)の状態方程式は次式となる。

$$[\mathbf{x}]_{n+1} = [\mathbf{x}]_n \quad (4)$$

解析に際して、観測ノイズを含まない観測データが0(m), 20(m)および30(m)の3地点において1組得られるものとし、事前確率場に対して1回の更新を行うこととした。すなわち対数正規確率場の確率特性を満足する無条件サンプル場 $[\mathbf{p}_0^{(1)}, \mathbf{p}_0^{(2)}, \dots, \mathbf{p}_0^{(m)}]$ を作成し、BF/MCFにより確率場の更新を行った。BF/MCFは確率密度関数自体を更新するアルゴリズムであり、事後の確率密度関数が得られれば条件付平均および条件付分散を容易に求めることが出来る。

図-1 から図-3 に、BF/MCFによる条件付平均値を示し、図-4 から図-6 に条件付分散値を示している。これらは、理論解³⁾と比較をしているが、対象とする地点が51地点という多次元の問題設定となっているのにも関わらず、十分なサンプル数により精度の良い推定が行われていることがわかる。図-7 および図-8 はサンプル数が $m=2000$ 個、 $m=20$ 万個の場合の事前と事後の確率密度関数を10(m)ごとに示している。観測点に対応する点では、条件付密度関数のばらつきが小さくなり、決定論的になっていることが分かる。基本的に条件付確率場の推定および条件付シミュレーションは文献3による解析的手法により行うことが出来るが、対象とする確率特性ごとに解析的な関係を誘導しなければならない。一方 BF/MCF は任意の確率特性に適用可能であるが、数値シミュレーションを行う際の効率化に関する改良点が残されている。

キーワード: モンテカルロフィルタ, ブートストラップフィルタ, 非ガウス性確率場, 補間

連絡先: 〒158-8557 世田谷区玉堤 1-28-1, TEL 03-3703-3111 FAX 03-5707-2187

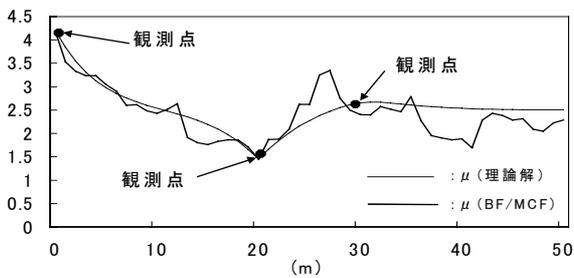


図-1 条件付平均(m=2000)

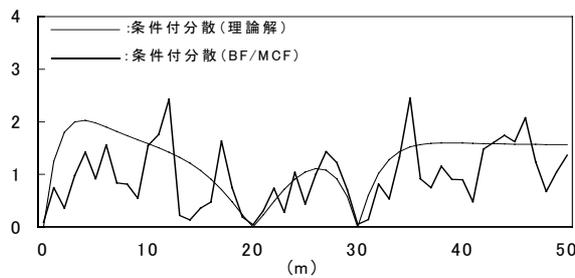


図-4 条件付分散(m=2000)

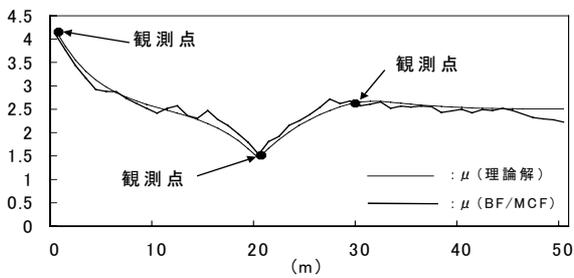


図-2 条件付平均(m=20000)

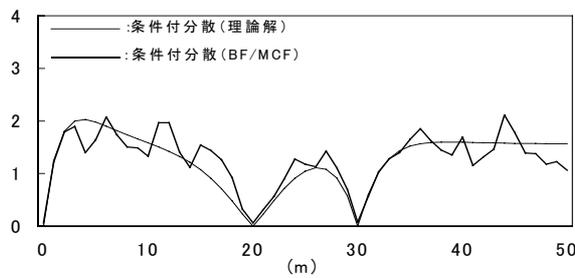


図-5 条件付分散(m=20000)

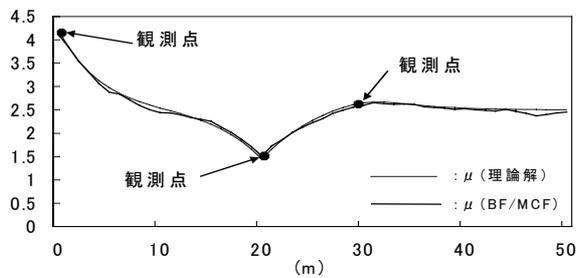


図-3 条件付平均(m=200000)

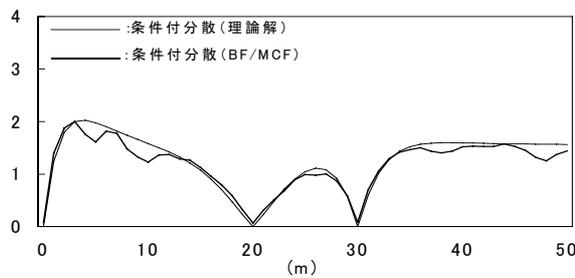


図-6 条件付分散(m=200000)

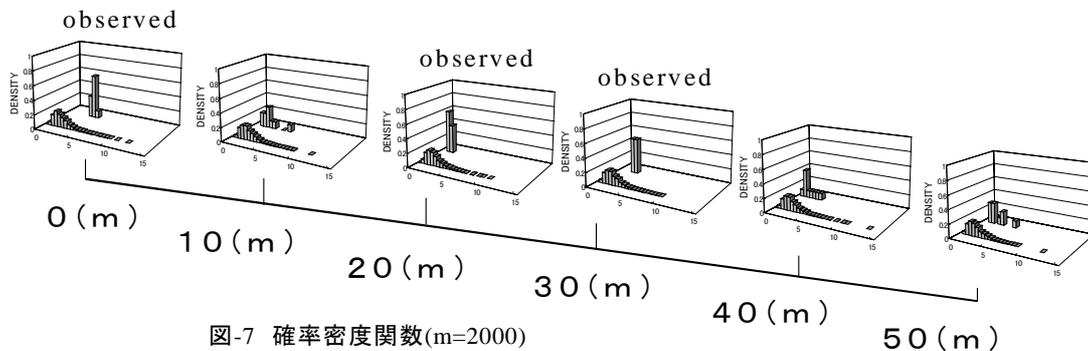


図-7 確率密度関数(m=2000)

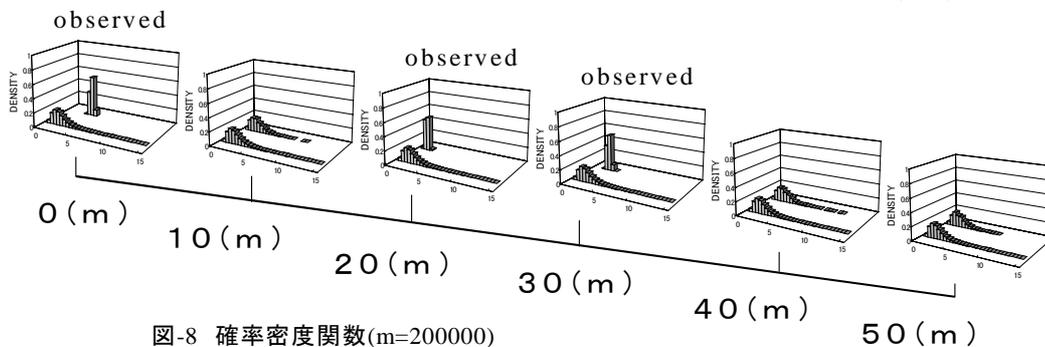


図-8 確率密度関数(m=200000)

参考文献：1) Kitagawa, G.: Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian Non-linear State Space Models, *Jour. of Computational and Graphical Statistics*, Vol.5, No.1, pp.1-25, 1996., 2) Hoshiya, M. and Maruyama, O.: Updating Procedures of Stochastic Non-Gaussian Fields, *8th Int. Conf. on Structural Safety and Reliability* (投稿中), 3) Hoshiya, M., Noda, S. and Inada, H.: Estimation of Conditional Non-Gaussian Translation Stochastic Fields, *Jour. of EM Div.*, Vol.124, No.4, ASCE, pp.435-445, 1998.