

# 時空間 Cokriging によるダム周辺地下水位変動の予測

京都大学大学院 正会員 水戸義忠 清水建設(株) 正会員 本多 眞  
 京都大学大学院 フェロー 菊地宏吉 北海道開発局 正会員 鈴木哲也

## 1. はじめに

ダム周辺地下水位は時間領域及び空間領域において同時に変動するデータである。そしてその時間的な変動は、貯水位や降水量の変動に影響を受け、空間的な変動は水理地質的な不均質性により影響を受ける。これらの変動のメカニズムを確率モデルで表すことで、地質統計学的手法を時間領域に拡張して地下水位の時空間変動を予測することができる。本研究は複数の変数を考慮できる Cokriging 手法<sup>1)</sup>を時間領域に拡張した時空間 Cokriging を提案し、実際のダムの観測データへの適用により有効性を検証した。

## 2. 時空間 Cokriging の定式化

時空間領域において変動する地下水位は、位置  $\mathbf{u}$  及び時刻  $t$  における時空間確率場  $Z(\mathbf{u}, t)$  としてモデル化される。地下水位の変動は貯水位  $H(t)$  や降水量  $P(t)$  によって影響を受けるものとして、これらを補助変量とした 3 変量の時空間 Cokriging を提案する。従来の空間領域の Cokriging と同様に、推定量は各変量の線形和で表されるものとし、任意位置  $\mathbf{u}_0$  における任意時刻  $t_0$  の地下水位推定量  $\hat{Z}_{STCK}(\mathbf{u}_0, t_0)$  は、次式で表されるものとする。

$$\hat{Z}_{STCK}(\mathbf{u}_0, t_0) = \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \lambda_{i,m}^Z \cdot Z(\mathbf{u}_i, t_0 - m) + \sum_{m=0}^M \lambda_m^H \cdot H(t_0 - m) + \sum_{m=0}^M \lambda_m^P \cdot P(t_0 - m) \quad (1)$$

ただし、 $N$  は観測孔数、 $M$  は次数で時刻  $t_0$  より  $M$  ステップ前までの観測値が推定に用いられることを示す。また  $\lambda_{i,m}^Z$ ,  $\lambda_m^H$ ,  $\lambda_m^P$  は重み係数であり、推定量の不偏性の条件の下、推定誤差分散を最小化することで求める。

$$E[\hat{Z}_{STCK}(\mathbf{u}_0, t_0) - Z(\mathbf{u}_0, t_0)] = 0 \quad (\text{推定量の不偏性}) \quad \sigma_{STCK}^2(\mathbf{u}_0, t_0) = E\{[\hat{Z}_{STCK}(\mathbf{u}_0, t_0) - Z(\mathbf{u}_0, t_0)]^2\} \rightarrow \text{minimize}$$

上式の展開により、次の方程式が導き出される。これを重み係数、ラグランジェ乗数ベクトル  $\lambda, \eta$  について解けば、重み係数を求めることができ、式(1)により地下水位推定量が求まる。

$$\mathbf{K}\lambda = \mathbf{k}(\mathbf{u}_0) + \mathbf{X}\eta \quad (2)$$

ただし、ベクトル  $\mathbf{k}(\mathbf{u}_0)$  および行列  $\mathbf{K}, \mathbf{X}$  は、以下の通りである。

$$\mathbf{k}(\mathbf{u}_0) = \begin{bmatrix} C_{ZZ}(1, \mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1) \\ \vdots \\ C_{ZZ}(M, \mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1) \\ \vdots \\ C_{ZZ}(M, \mathbf{u}_0, \mathbf{u}_N) \\ C_{ZH}(0, \mathbf{u}_0) \\ \vdots \\ C_{ZH}(M, \mathbf{u}_0) \\ C_{ZP}(0, \mathbf{u}_0) \\ \vdots \\ C_{ZP}(M, \mathbf{u}_0) \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & \hat{z}_{CK}(\mathbf{u}_1) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \hat{z}_{CK}(\mathbf{u}_N) & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} C_{ZZ} & C_{ZH} & C_{ZP} \\ C_{HZ} & C_{HH} & \mathbf{O} \\ C_{PZ} & \mathbf{O} & C_{PP} \end{bmatrix}$$

$$C_{ZZ} = \begin{bmatrix} C_{ZZ}^{(1,1)} & \dots & C_{ZZ}^{(1,N)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{ZZ}^{(N,1)} & \dots & C_{ZZ}^{(N,N)} \end{bmatrix} \quad C_{ZZ}^{(i,j)} = \begin{bmatrix} C_{ZZ}(0, \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j) & \dots & C_{ZZ}(M-1, \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{ZZ}(1-M, \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j) & \dots & C_{ZZ}(0, \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j) \end{bmatrix}$$

$$C_{ZH} = \begin{bmatrix} C_{ZH}^{(1)} \\ \vdots \\ C_{ZH}^{(N)} \end{bmatrix} \quad C_{ZH}^{(i)} = \begin{bmatrix} C_{ZH}(-1, \mathbf{u}_i) & \dots & C_{ZH}(M-1, \mathbf{u}_i) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{ZH}(-M, \mathbf{u}_i) & \dots & C_{ZH}(0, \mathbf{u}_i) \end{bmatrix}$$

$$C_{HH} = \begin{bmatrix} C_{HH}(0) & \dots & C_{HH}(M) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{HH}(-M) & \dots & C_{HH}(0) \end{bmatrix}, \quad C_{PP} = \begin{bmatrix} C_{PP}(0) & \dots & C_{PP}(M) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{PP}(-M) & \dots & C_{PP}(0) \end{bmatrix}$$

## 3. ダム周辺地下水位観測データへの適用

実際のダム周辺地下水位観測データを用いて、提案する時空間 Cokriging により解析を実施し、検証を行った。

(1) 観測孔地下水位時系列変動のマスクングテスト 図1はダムサイトの平面概要図を示しており、●印で示した位置が地下水位観測孔である。ここでは各観測孔のデータを1カ所毎入力データから除いて、その位置の地下水位経時変化を再現する、いわゆるマスクングテストを実施した。これは提案手法の精度検証が主目的であるが、実際のダム保守管理においても、長い将来に渡る計測では途中で計器が破損する可能性があり、それまでの統計量と周辺観測孔の変動から予測することへも期待するものである。結果の例として、図1の◎印で示した4孔について実測値と推定値の比較した図が図2である。図のb)~c)については、極めて良く推定できている。ただし、a)のL-UP孔については変動傾向をうまく捉えられていない。これは、L-UP孔周辺のグラウトライン上流左岸側では、近接する観測孔が少なく且つ変動傾向が異なるため、空間的相関性に均質性を仮定しているモデルの限界であり、今後の課題である。

(2) 任意時刻の地下水位分布推定 式(1)を用いれば任意時刻及び任意位置における地下水位を観測データから推定

キーワード: ダム, 地下水位変動, 地質統計学, 確率モデル, 時空間

連絡先: 〒100-0011 東京都千代田区内幸町2-2-2 富国生命ビル 清水建設(株) TEL03-3508-9052 FAX03-3508-2196

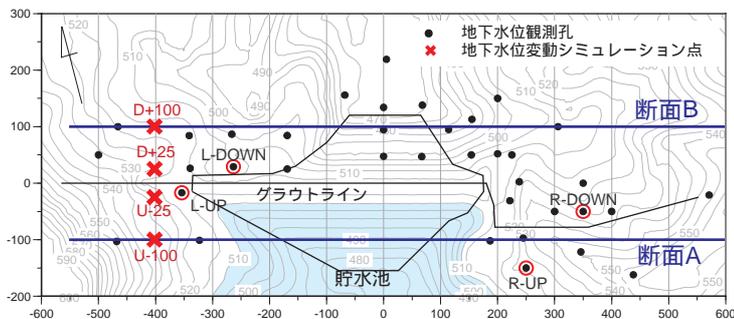


図1 ダムサイト周辺地形及び観測孔，推定点・推定断面位置図

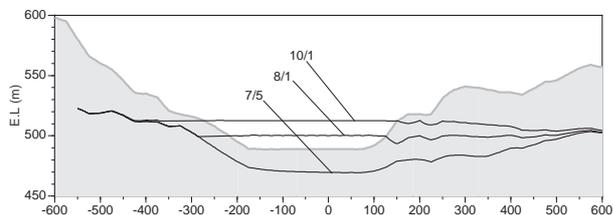
できる．例として貯水位 500m まで上昇した 8 月 1 日の地下水位分布の推定結果をコンターで示した図が図 3 である．左岸上流側で貯水位よりも地下水位が高く，グラウトラインを境として 10m 近くの水位差が生じているのがわかる．右岸側は貯水位よりも低く，上下流の水位差は数 m 程度である．図 4 は湛水前と満水時の地下水位差をコンターで示したものである．左岸側は貯水位の上昇に伴う変化はほとんど見られないのに対して，右岸側は元来の地下水位が低いために，貯水位の上昇に伴い地下水位も上昇している．下流側も上昇しているが，上流側よりも数 m ~ 10m 程度上昇幅は小さく，グラウトの改良効果が認められる．図 5 は水位変化をわかりやすく断面図として示したものである．

(3) 任意位置の地下水位変動シミュレーション 最後は観測孔のない任意位置での地下水位の時系列変化をシミュレーションした．図 1 の×印で示した各位置で推定した地下水位の経時変化を示した図が図 6 である．左岸 400m 位置のグラウトラインを介して上下流側各 2 点の経時変化を推定したものであり，同時にグレーの太線で貯水位変動を示している．最も上流側(U-100)は満水位よりも常に高いため貯水位変動の影響を受けていない．また下流側もほとんど貯水位の影響を受けていないことがわかる．

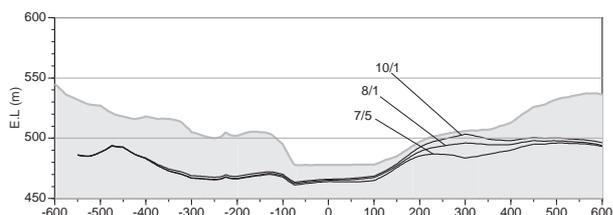
4. おわりに  
空間的均質性を仮定することによる課題は残されているものの，提案する時空間 Cokriging により時空間的に変動する複雑なダム周辺地下水位の予測が精度良く行えることがわかった．今後はさらに多くのサイトに適用を試みる所存である．

参考文献

1) Journel, A. and Huijbregts, J : Mining geostatistics, Academic Press, p.600,1978.

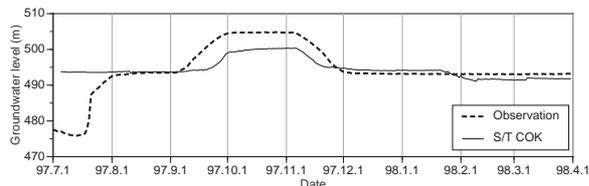


a) 断面 A

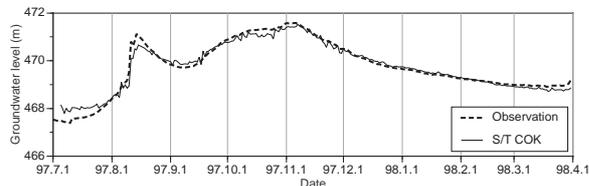


b) 断面 B

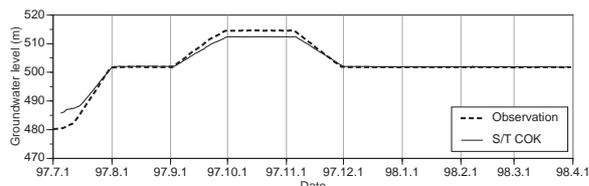
図5 任意断面の地下水位分布



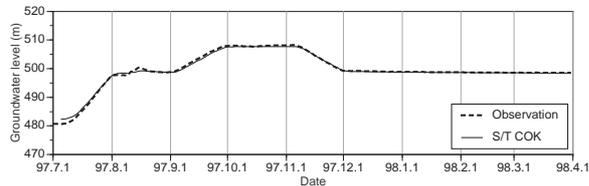
a) L-UP 孔



b) L-DOWN 孔



c) R-UP 孔



d) R-DOWN 孔

図2 時空間 Cokriging によるマスキングテスト

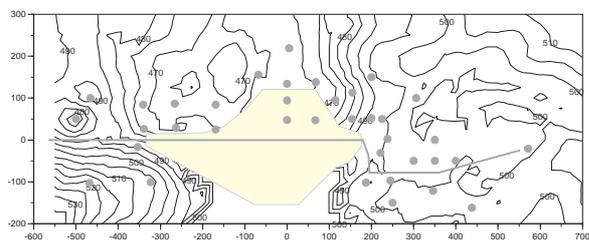


図3 任意時刻 (8/1 貯水位 500m) の地下水位分布推定結果の例

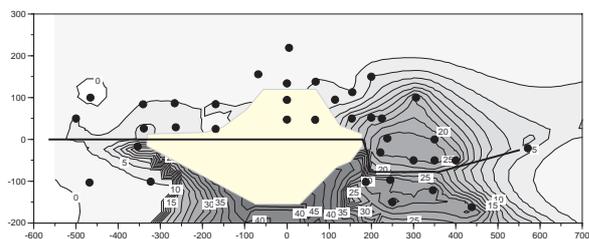


図4 湛水前(7/1)と満水時(10/1)の地下水位差分布

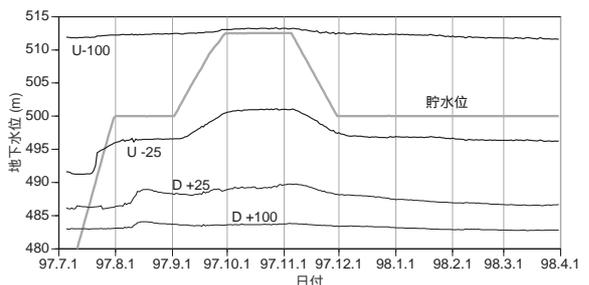


図6 任意地点の地下水位変動シミュレーション